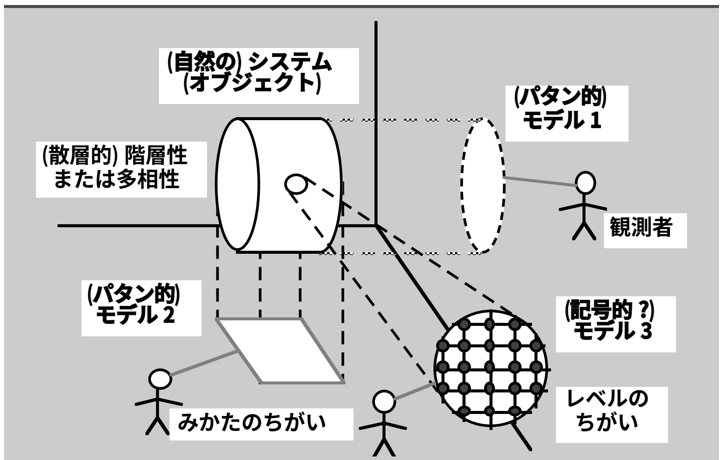
プロダクション規則と局所評価関数による最適化の方法とその計算過程におけるマクロなふるまい

確率過程としての記号処理
— 計算過程のマクロ・モデル —

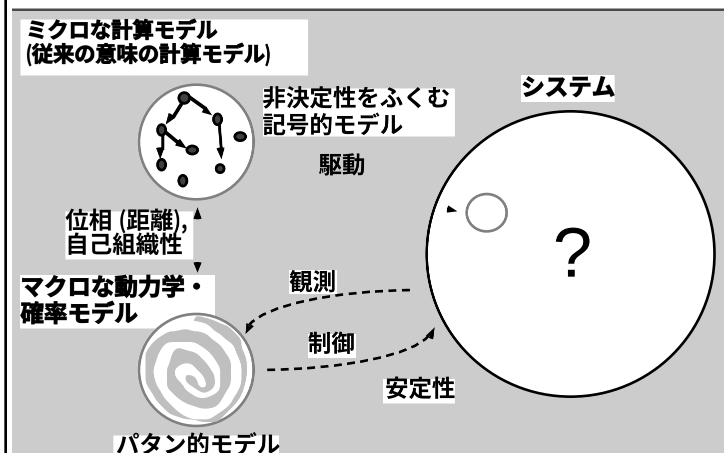
新情報処理開発機構
金田　泰

目次

システムの複数のモデル



計算システムの複数のモデル



プロダクション規則と局所評価関数による最適化の方法とその計算過程におけるマクロなふるまい

目次

計算の粗視化の方法 — 2 つのみかた

- **状態の粗視化 (マクロな状態変数の導入)**
  - 離散状態のばあい： ミクロ・レベルにおける複数の状態をマクロ・レベルにおけるひとつの状態とみなす．
  - 連続状態のばあい： ミクロ・レベルにおける近傍の状態を平均化して，マクロな状態を定義する．
- **時間の粗視化 (マクロな時間変数の導入)**
  - 離散時間のばあい： ミクロ・レベルにおける一連の時刻をマクロ・レベルにおけるひとつの時刻とみなす．
  - とくに，単一の時計で時間をはかれない分散システムにおいて必要性がたかい (?)
- **時間の粗視化はあつかわない．**

マクロ・モデルへの確率の導入

- **ミクロにみれば決定的な計算もマクロにみれば非決定的あるいは確率的である．**
  - 条件分岐において分岐するかどうか，あるいはどちらに分岐するかはマクロな状態からは一意にはきまらないから．
  - マクロ・レベルの計算を確率過程とみなすのが適当．
- **ミクロ・モデルが確率的であれば，マクロ・モデルはもちろん確率的である．**
  - モンテカルロ法，シミュレーテッド・アニーリング，遺伝的アルゴリズムなど．

目次

プロダクション規則と局所評価関数による最適化の方法とその計算過程におけるマクロなふるまい

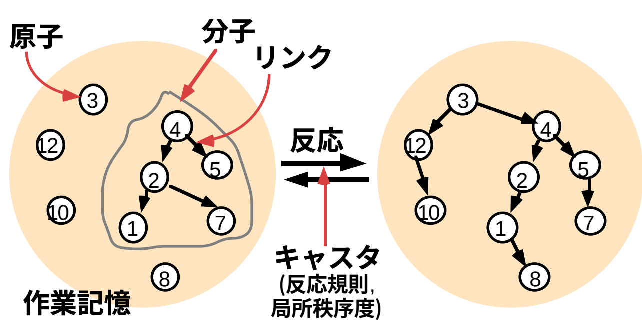
計算モデル CCM

- **自己組織的計算のための計算モデル CCM (化学的キャスティング・モデル) を考案した．**
  - CCM は化学反応系とのアナロジにもとづく計算モデル．
  - CCM はプロダクション・システムにもとづくモデル．
  - “キャスティング” は “プログラミング” や “計算” にかわることば．
  - 以前は CPM または MCP (化学的プログラミング・モデル) とよんでいた．
- **CCM では計算を秩序化 (“自己組織化”) とみなす．**
  - 局所的情報にもとづく計算によって大域的な “秩序的構造” をつくることをめざす．

CCM におけるシステムの構成要素

- **作業記憶 — オブジェクトのあつまり**
- **オブジェクト (WME)**
  - 原子： データの単位．原子は内部状態をもつ．
  - 分子： 原子がリンクによって結合されたもの．
- **キャスタ (プログラム)**
  - 反応規則： 系の局所的な変化のしかたをきめる規則 (前向き推論によるプロダクション規則)．
    - 化学反応式に相当し，双方向に動作しうる．
    - 反応順序は非決定的 — 複数の反応がおこりうるとき．
  - 局所秩序度： 局所的な評価関数 (秩序化の程度をあらわす)．
  - 局所秩序度 (の和) が増加する時だけ規則が適用される．

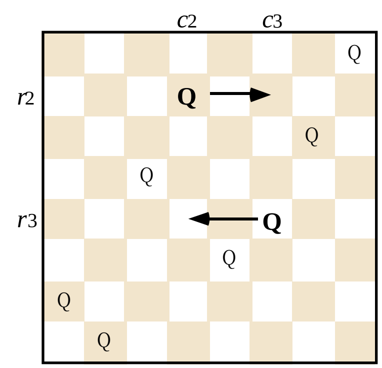
CCM の図説



- **CCM は，局所的な情報だけにもとづいて，非決定的に反応規則を反復適用して，大域的な “秩序” (目的状態 ?) を実現することをめざすモデルである．**

例題： *N* クウィーン問題の解法の基本

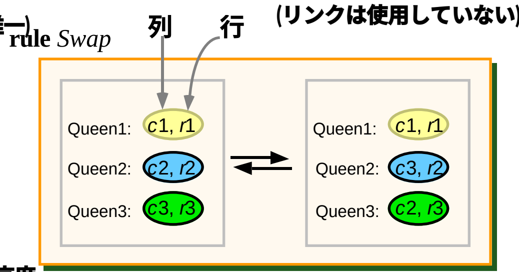
- **2 個のクウィーンの列を交換する操作をくりかえす．**
  - 局所的な操作により解 (大域的 “秩序”) をもとめる．
- **初期条件**
  - クウィーンはすべて盤面にある．
  - クウィーンは各行各列にただ 1 個とする (対角線方向には 2 個以上あってもよい)．



プロダクション規則と局所評価関数による最適化の方法とその計算過程におけるマクロなふるまい

N クウィーン問題のキャスタ (プログラム)

- **規則 (唯一)** **(リンクは使用していない)**



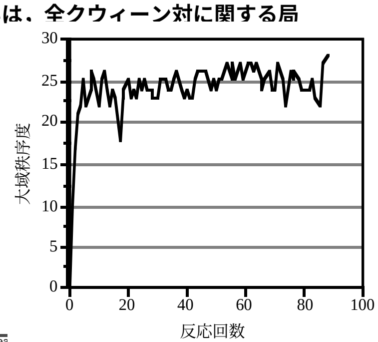
- **局所秩序度**
  - 相互秩序度として (2 個のクウィーンのあいだで) 定義．

$$o(x, y) = \begin{cases} 0 & \textbf{if } x.column - y.column = x.row - y.row \textbf{ or } \\ & \quad x.column - y.column = y.row - x.row, \\ 1 & \textbf{otherwise}. \end{cases}$$

目次

大域秩序度の定義とその観測値例

- **大域秩序度 — マクロな状態量の一例**
  - 大域秩序度とは局所秩序度の作業記憶全体にわたる和．
  - 化学反応系とのアナロジ：エントロピーに相当する量．
  - *N* クウィーン問題のばあいは、全クウィーン対に関する局所秩序度の和．
- **大域秩序度時系列の観測例**
  - エイト・クウィーン問題の求解過程で反応ごとに測定．
  - グラフ彩色問題 (4 色ぬりわけ問題) も同様の傾向をしめす．



確率過程としての大域秩序度時系列

- **大域秩序度時系列は確率過程としてみることができる．**
- **この確率過程において，つぎの 3 つの状態がこの順にあらわれるという仮説をたてる．**
  - 強非定常状態：反応ごとに確率分布が変化する状態．
  - 準定常状態：反応ごとに解状態 (大域秩序度最大状態) の確率が増加するが，他の状態のわりあいは変化しない状態．
  - 停止状態 (定常状態)：大域秩序度が最大の状態の確率が 1 の状態．$t \to \infty$ の極限として存在 (計算時間に上限なし)．
- **上記の性質は反応順序を系統的 (“決定的”) にきめるばあいにもかわらないようにみえる．**
  - リミット・サイクルにおちいるばあいもあるが，わずかである．

プロダクション規則と局所評価関数による最適化の方法とその計算過程におけるマクロなふるまい

CCM に対するマクロ・モデル： マルコフ連鎖モデル

- **前述の仮説をマルコフ連鎖モデルをつかって説明する．**
- **マルコフ連鎖モデルは，大域秩序度がことなる状態間の遷移をマルコフ連鎖によってモデル化したものである．**
  - 大域秩序度が離散値をとるとする．
- **マルコフ性がなりたつことを仮定する．**
  - 時刻 t における確率ベクトル (確率分布) を $\boldsymbol{p}_t$ とする．
  - $\boldsymbol{p}_t$ と $\boldsymbol{p}_{t+1}$ とのあいだにつぎのような関係がなりたつ．
    $\boldsymbol{p}_{t+1} = T\,\boldsymbol{p}_t$
  - 遷移行列 T の値は時刻にはよらない．

停止状態・準定常状態の説明

- **遷移行列 T の固有値を $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_l$ ($|\lambda_0| \geq |\lambda_1| \geq \ldots \geq |\lambda_l|$) とすると，つぎの式がなりたつ．**
  - $\lambda_0 = 1,\ |\lambda_1|, \ldots, |\lambda_l| < 1.$
  - $T^n = T_0 + \lambda_1^n T_1 + \lambda_2^n T_2 + \ldots + \lambda_l^n T_l.$
- **停止状態**
  - $t \to \infty$ とすれば $|\lambda_1^t|, \ldots, |\lambda_l^t| \to 0$ となり $T^t \to T_0$ となる．このとき状態 $T^t\boldsymbol{p}_0$ が停止状態．
- **準定常状態**
  - $|\lambda_2|, \ldots, |\lambda_l|$ は 1 より十分にちいさいが $|\lambda_1|$ が 1 に十分にちかいばあいには，t が十分おおきな値をとるときに $T^t \approx T_0 + \lambda_1^t T_1$ がなりたつ． このとき状態 $T^t\boldsymbol{p}_0$ が準定常状態．

遷移行列と確率ベクトルの推定

- **エイト・クウィーン問題において，マルコフ連鎖モデルによって大域秩序度の変化をうまく説明できた．**
- **遷移行列 T の推定法**
  - 推定には大域秩序度時系列の実測値を使用した．
  - T の要素は各マクロ状態間の遷移頻度から最尤推定した．
    - 状態 s_i から s_j への遷移回数を N_{ij} とするとき，T の要素 t_{ij} をつぎのようにしてもとめる．
      $t_{ij} = N_{ij} / (\sum_k N_{ik}).$
- **確率ベクトル p_t の推定法**
  - $\boldsymbol{p}_0$ は作業記憶の全状態を手続き的に探索してもとめた．
  - $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots$ は $\boldsymbol{p}_0$ と T をつかって推定した．

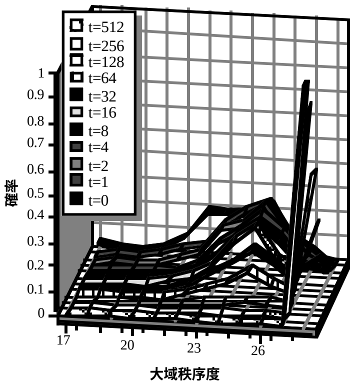
エイト・クウィーン問題へのあてはめ

- **測定条件**
  - 求解過程における大域秩序度の値を約 1500 回の反応について記録した．
  - この記録は 300 回の求解過程をふくんでいる．
  - 初期状態はランダムに生成させる．
- **測定結果**
  - 推定された T からその固有値をもとめた：
    $\lambda_1 = 0.986,\ \lambda_2 = 0.5,\ \lambda_3 = 0.2,\ \ldots$.
  - 準定常状態の存在
    - t が十分おおきな値をとるときに $T^t \approx T_0 + \lambda_1^t T_1$ という条件がなりたつことがたしかめられた．

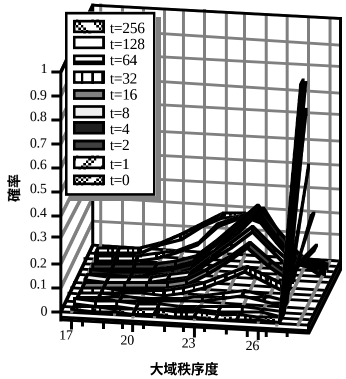
プロダクション規則と局所評価関数による最適化の方法とその計算過程におけるマクロなふるまい

直接推定値とマルコフ連鎖モデルの推定値との比較 1

測定データからの直接推定値



マルコフ連鎖モデルからの推定値 (モデル推定に測定データを使用)



直接推定値とマルコフ連鎖モデルの推定値との比較 2

- **時間 (反応回数) のスケールにちがいがある．**
- **時間が** 16 **以下の部分すなわち固有値** $\lambda_2, \lambda_3, \ldots$ **に支配されている部分にはちがいがある．**
- **準定常状態にはいってからは，大域秩序度の最大点以外の部分の分布のかたちがほぼ一定．**
- **以上の点以外は，解状態以外の大域秩序度の確率が準定常状態の部分で指数的に減少していくことなど，よく一致している．**
- **推定誤差はおおきいが，マルコフ連鎖モデルじたいは適切だとかんがえられる．**

結論

- **複数のモデル，とくに計算のマクロ・モデルの必要性をしめした．**
- **マクロ・モデルの例として CCM のマルコフ連鎖モデルをしめした．**
  - このモデルは *N* クウィーン問題の計算過程をうまく説明する．
  - *N* クウィーン問題においてはマクロ・モデルにもとづく制御は不要である．

今後の課題

- **CCM のマルコフ連鎖モデルにおける課題**
  - モデルが適用できるシステムの範囲 (種類) をしらべる．
  - モデルがふくむ推定すべきパラメタの数をへらす．
  - 大域秩序度が連続値をとるばあいに適用できるようにする — 巡回セールスマン問題において実現ずみ．
- **マルコフ連鎖によりモデル化できないばあいのあつかい．**
- **マクロ・モデルによる制御に関する課題**
  - 制御が 有効な例題をみつける．
  - 制御の方法を開発する．