創発的計算のためのモデル CCM による制約充足などの独立並列処理法

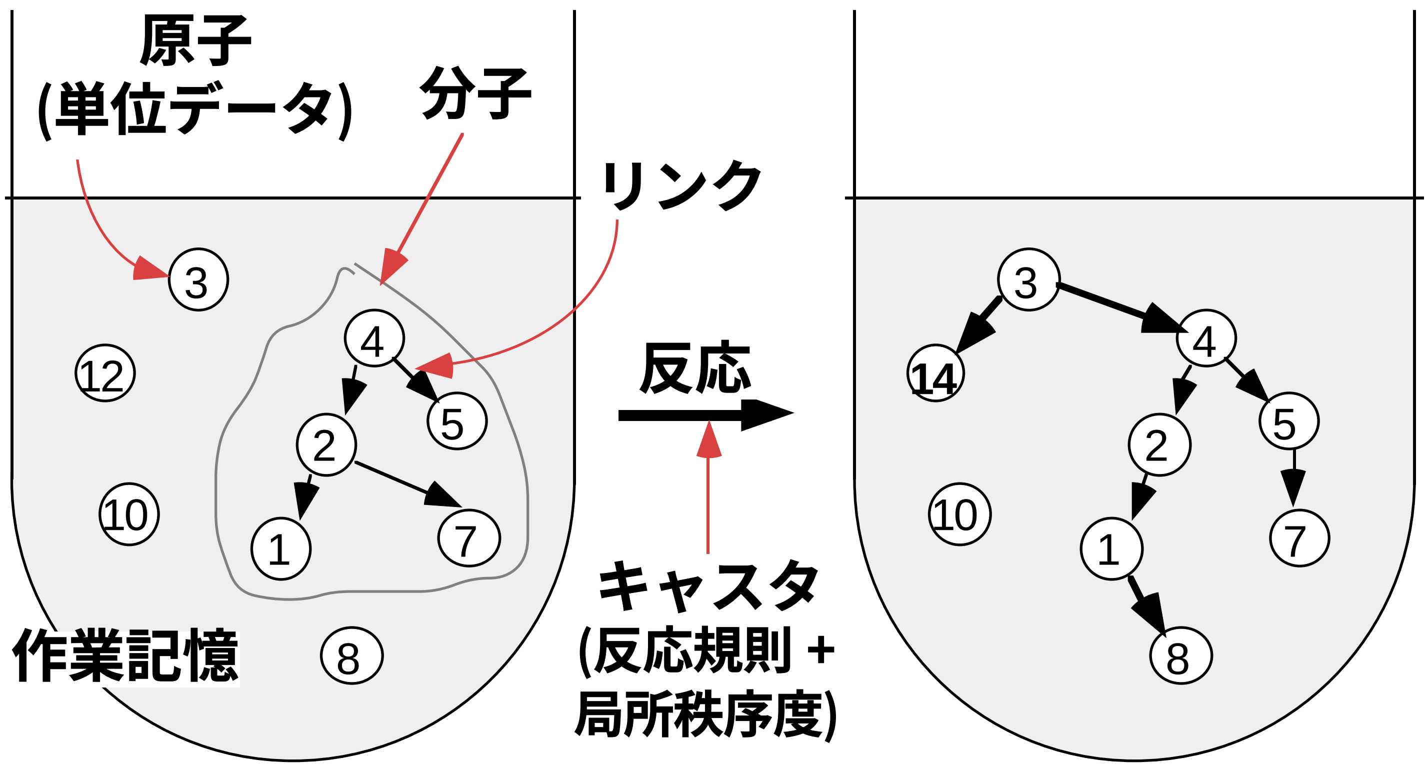
新情報処理開発機構 (RWCP) つくば研究センタ
金田　泰

はじめに

- 研究目標： 複雑かつ環境に対してひらかれた実世界の問題をとくための方法論を確立すること．
  - 創発的計算が鍵になる (?) — そのためのモデル CCM を提案している．
- 創発的計算 (Emergent Computation)*
  - 局所的・部分的な情報だけで計算し，大域的・全体的な結果 (秩序状態) をうみだす自己組織的な計算．
  - あたえられた情報からは予測できないような結果をえる計算．
  - 決定論的ではない — バクチ的 (?)
- これまでは CCM によって閉鎖系の問題をといてきた．
  - 制約充足問題：
    N クウィーン問題，地図・グラフの彩色問題，魔方陣の問題，….
  - 最適化問題：
    整数計画問題，巡回セールスマン問題，….

創発的計算のためのモデル CCM — 1

- Chemical Casting Model というモデルを提案している．
  - "化学的": 化学反応系とのアナロジーをつかっている．
  - 局所的な情報だけをつかって計算し，大域的な結果をえることをめざす — 創発的計算をめざす．
  - CCM はプロダクション・システムにもとづく．



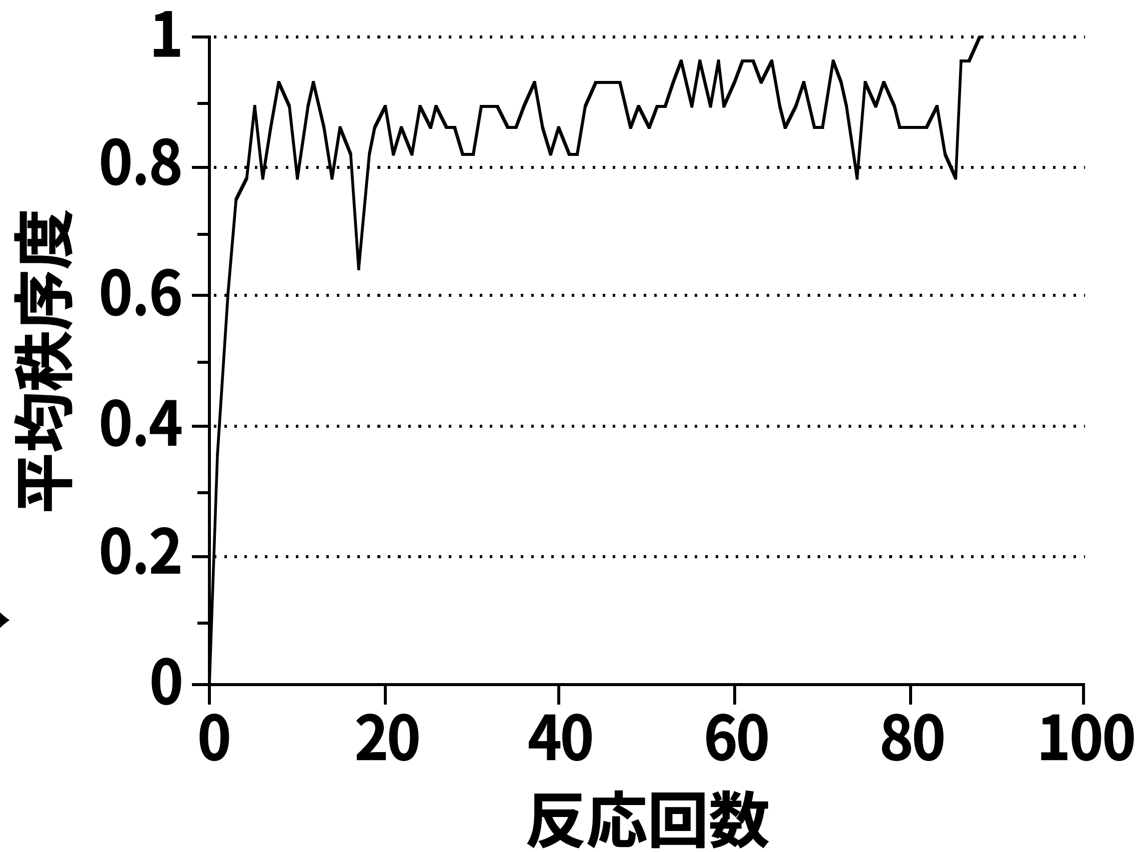
創発的計算のためのモデル CCM — 2

■ CCM が従来のプロダクション・システムとことなる点

- ◆ 局所秩序度 (局所評価関数) にもとづいて動作
  - 秩序度が増加するときだけプロダクション規則が動作.
- ◆ 確率的 (ランダム) に動作.
  - 複数のプロダクション規則・データが反応 (発火) 可能なとき，その反応の順序は非決定的 (ランダムにきめる).

平均秩序度とその時系列

- ■ 平均秩序度 = 局所秩序度の平均値
  - ◆ CCM にもとづくシステムの状態を評価するのにつかう．
  - ◆ システムは平均秩序度が増加する方向に揺動的 (stochastic) に動作．
    - 一時的には減少することもある．
  - ◆ 平均秩序度の利点
    - ミクロなレベルでもマクロなレベルでも定義可．
    - 開放系でも定義可．
- ■ 平均秩序度の時系列
  - ◆ *N* クウィーン問題における全体平均秩序度例 →
  - ◆ 確率過程とみなせる．



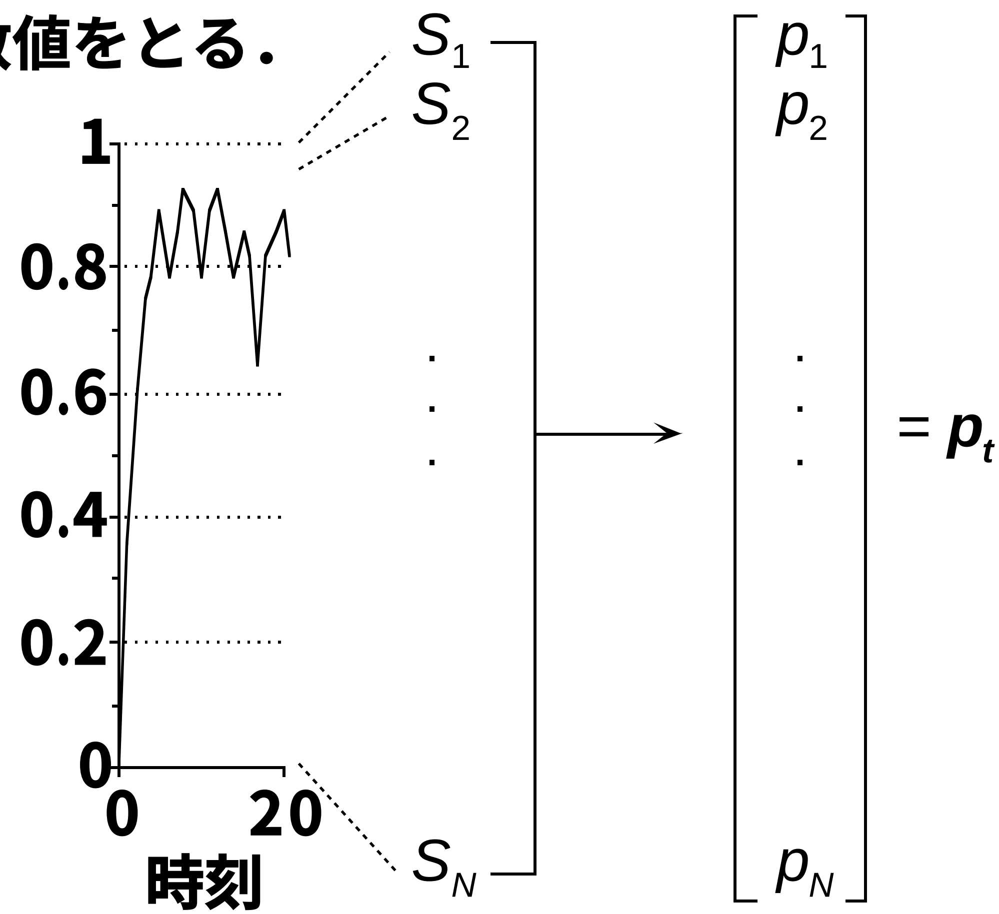
マルコフ連鎖モデル

- 平均秩序度がひとしい状態をひとつのマクロな状態とみなす．
- マルコフ連鎖によってマクロな状態間の遷移をモデル化する．
  - 時刻 t の確率ベクトル (確率分布) を $\boldsymbol{p}_t$ とする．
  - $\boldsymbol{p}_t$ と $\boldsymbol{p}_{t+1}$ との関係：
    $\boldsymbol{p}_{t+1} = T\,\boldsymbol{p}_t$
- N クウィーン問題などの計算のふるまい
  - マルコフ連鎖モデルで説明可．

平均秩序度は通常，離散値をとる．

マクロな状態

ベクトル



CCM にもとづく計算時間とマルコフ連鎖モデル

■ 計算時間の分布の理論

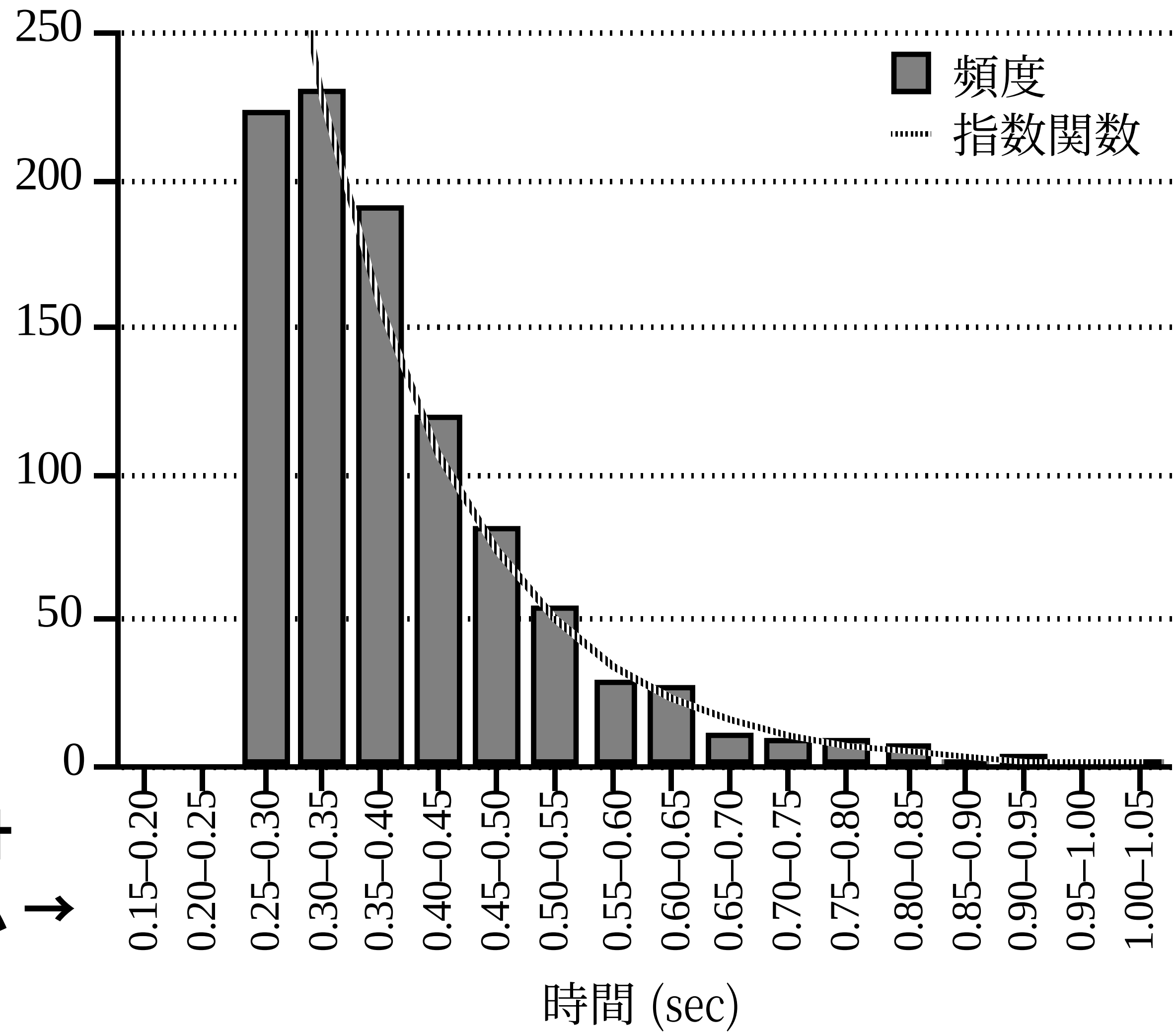
- ◆ 遷移行列 *T* の固有値を $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \ldots$ ($|\lambda_0| = 1 \geq |\lambda_1| \geq \ldots$) とすると，*t* が十分おおきいときには

$$T^t \approx T_0 + \lambda_1^t T_1$$

- ◆ このとき，計算時間はほぼ指数分布にしたがう．

■ 分布の実測例

- ◆ *N* クウィーン問題の計算時間のヒストグラム →



独立プロセスによる線形加速

■ 並列処理の方法

- ◆ 並列計算機の *M* 台のプロセッサに同一のプログラムと初期状態をあたえる．
- ◆ 各プロセッサで独立に計算し，最初に停止したものの解を採用して他の計算はうちきる．

■ 並列処理法の条件と性能

- ◆ 計算うちきりのためだけにプロセッサ間通信をおこなうが，ほかにはいっさい通信しない．
- ◆ 重要なのは，各プロセッサが独立な乱数を使用すること．
- ◆ 逐次処理時間が指数分布にしたがうなら，性能は *M* に比例する．

■ 関連研究*： “Superlinear Speedup Through Randomized Algorithm” by R. Mehrotra, *ICPP’85*.

- ◆ 決定的アルゴリズムとの比較で超線形加速を達成したと主張
— プロセッサ台数を変化させたときの加速の理論や実験はなし．

線形加速の根拠

■ 直観的な説明

- ◆ 解の探索空間が十分ひろければ各プロセッサは探索空間内のことなる場所を探索するので，性能は台数に比例する．

■ 理論的な根拠

- ◆ 定理： 確率変数 $X_1, X_2, \ldots, X_m$ が指数分布 $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ にしたがうなら，$min(X_1, X_2, \ldots, X_m)$ は指数分布 $p_m(x) = m\lambda e^{-m\lambda x}$ にしたがう．(証明略)
- ◆ この定理により，逐次処理時間が指数分布 $p(x)$ にしたがうならば，並列処理時間は指数分布 $p_M(x)$ にしたがう — 平均値も $1/M$ になる．

シミュレーションの方法

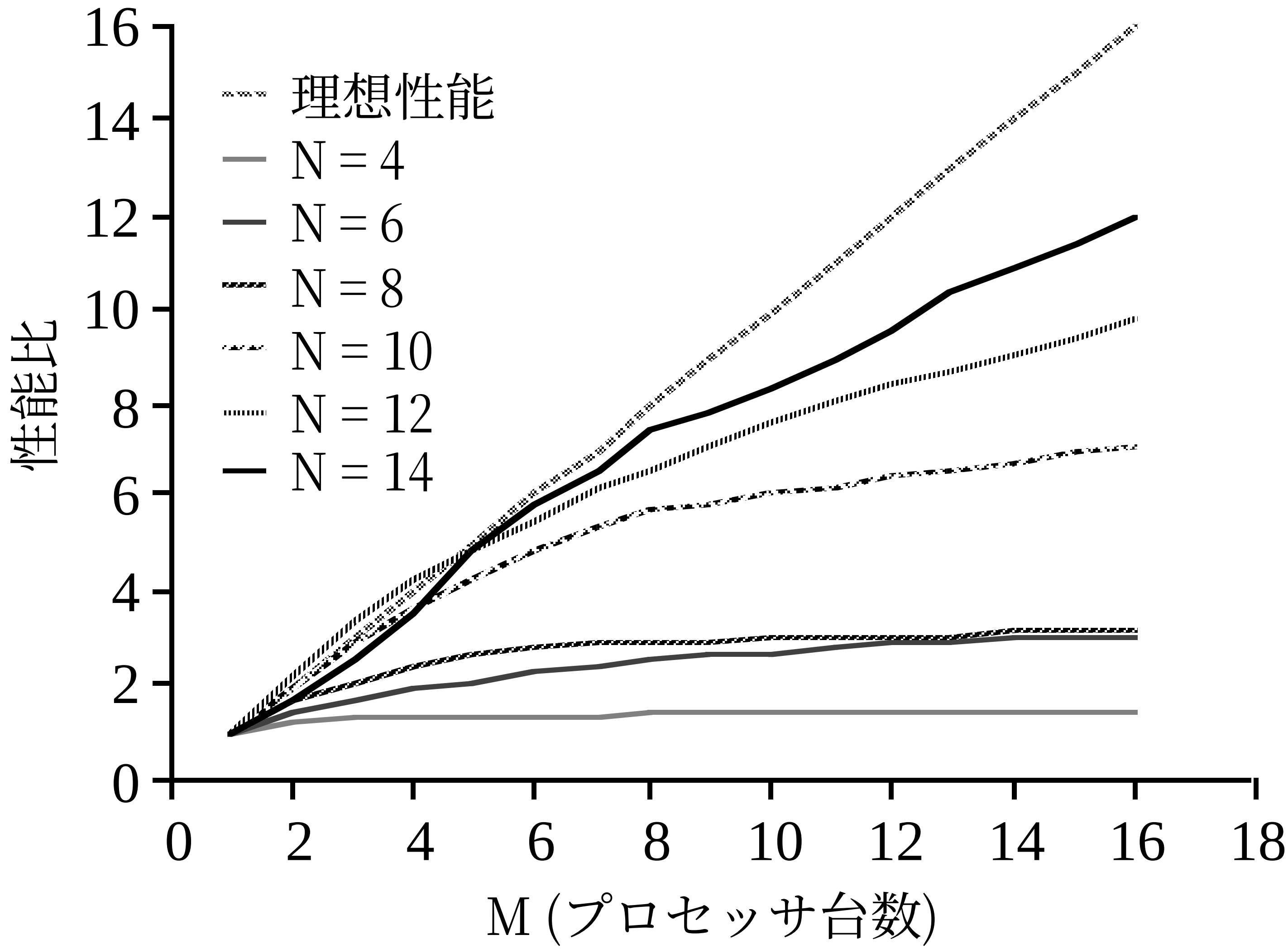
■ 逐次計算機上でくりかえし実行する.

■ 1 ～ 16 回の実行時間の最小値をくりかえしもとめる.

■ その値を平均する.

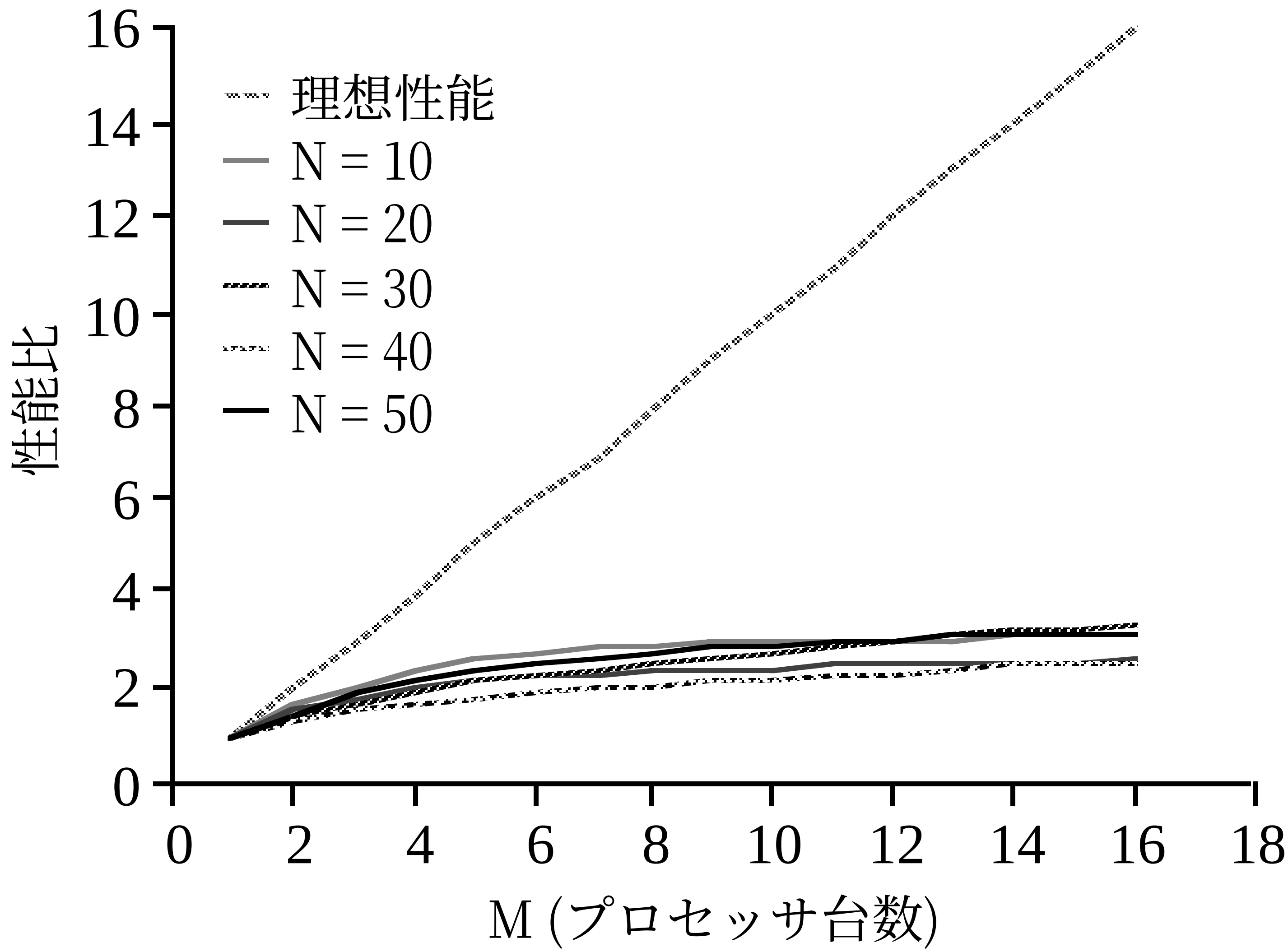
シミュレーション結果 — 1

N クウィーン問題のばあい — 局所性のたかい規則を使用したとき



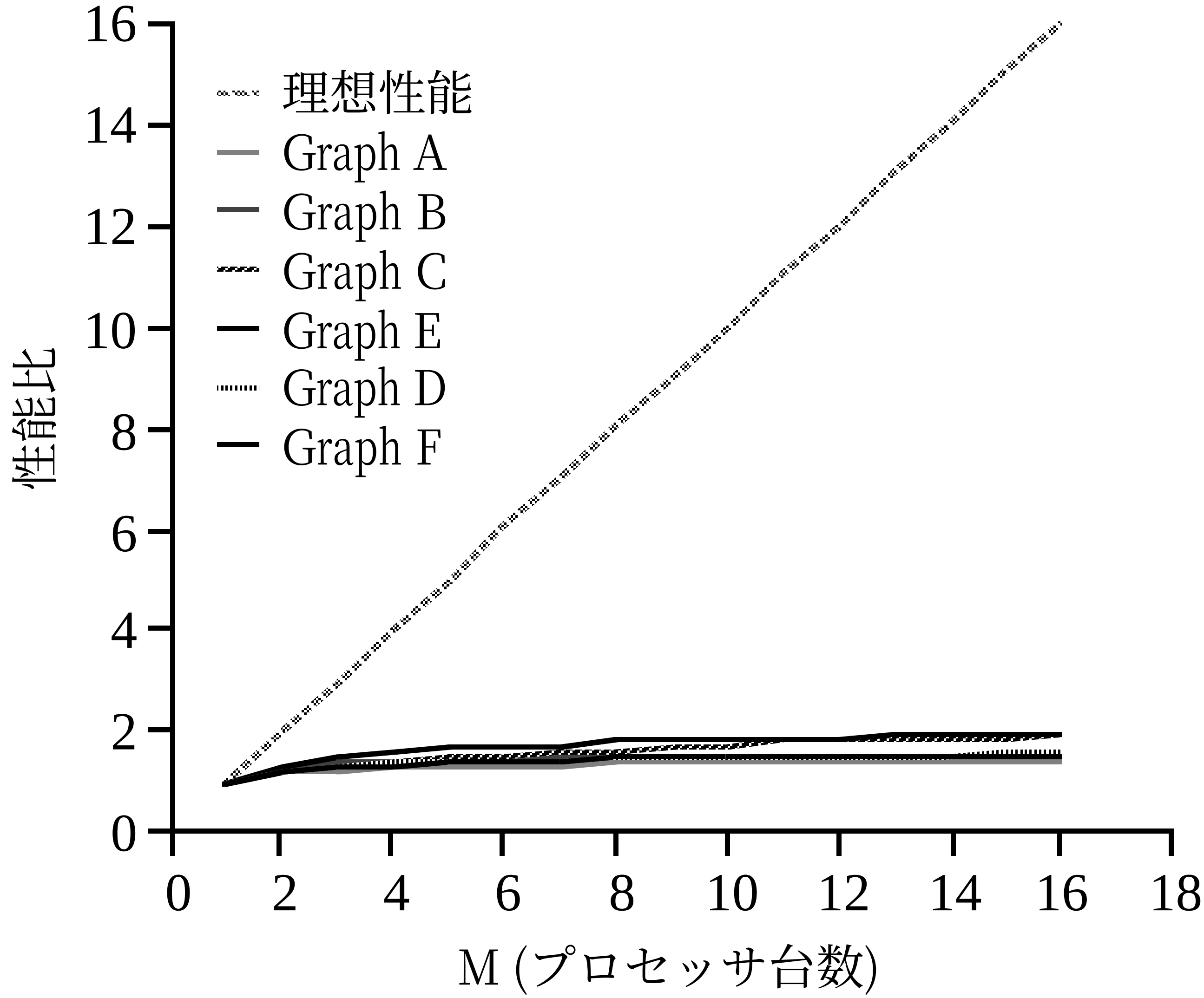
シミュレーション結果 — 2

N クウィーンのばあい — 局所性のひくい規則を使用したとき



シミュレーション結果 — 3

巡回セールスマン問題のばあい



結言

■ 結論

- ◆ 創発的計算のためのモデル CCM にもとづく計算においては，計算時間がほぼ指数分布にしたがうことがある．
- ◆ このとき，独立プロセスによる並列処理によって，プロセッサ台数にほぼ比例する性能向上が期待できる．
  - 局所性がたかい問題・解法ではうまくいくが，局所性がひくいとうまくいかない．

■ 今後の課題

- ◆ 実際の並列計算機において上記の結果をたしかめる．
- ◆ 線形加速が実現される問題の範囲をさらにしらべる．