プロダクション規則と局所評価関数にもとづく計算モデル CCM
— その拡張と 0–1 整数計画法への適用 —

新情報処理開発機構 (RWCP)
つくば研究センタ
金田　泰

0–1 整数計画問題

- 目的関数 $F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ を最大化 (c_j: 定数, x_j: 変数)
- 制約条件 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i$ ($i = 1, 2, \ldots, m$, a_{ij}, b_i: 定数)
  $x_j \in \{0, 1\}$
- 0–1 整数計画問題は NP 困難
  - 最適解をもとめる効率のよい方法は発見されていない．
- 問題の制限
  - $0 \le c_j < 10^5, 0 \le a_{ij} < 10^5$ ．□
  - 制限する理由：実験のしやすさや他の方法との比較のしやすさのため．
  - 制限をはずしても基本的におなじ解法がつかえる．

* 予稿に誤植あり

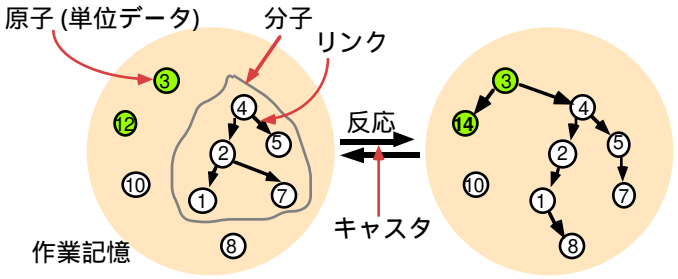
CCM とはなにか？

CCM の概要 — 1

- CCM は自己組織的な情報処理のための計算モデルである．
  - CCM = 化学的キャスティング・モデル (Chemical Casting Model)．
  - 化学的：化学反応系とのアナロジにもとづく計算モデル．
  - キャスティング：“プログラミング” や “計算” にかわることば．
- CCM はプロダクション・システムにもとづいている．

CCM の構成要素

CCM の概要 — 2



- キャスタ (プログラム)
  - 反応規則：作業記憶の局所的な変化のしかたをきめる規則．
    - 前向き推論によるプロダクション規則．
    - 化学反応式に相当する．
  - 局所秩序度：原子 (間) に定義される局所的な評価関数．

計算の方法

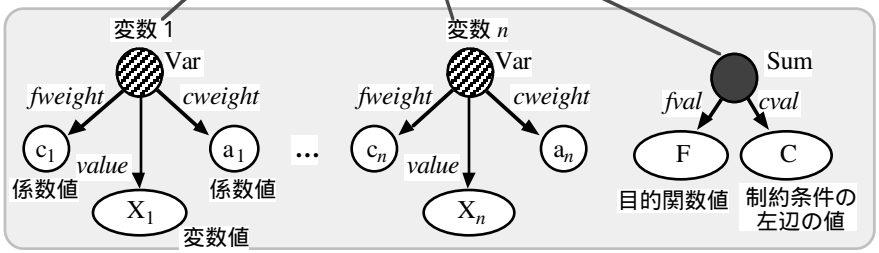
CCM の概要 — 3

- 適用すべき反応規則とオブジェクトは非決定論的に (乱数をつかって) 選択する．
  - 従来のプロダクション・システムとのちがいのひとつ．
- 反応がおこるのは，適用すべきオブジェクトの局所秩序度の和が増加する時だけ．
  - あとで反応がおこる条件をゆるめる (拡張する)．
- しかるべき条件がなりたつまで反応がつづく．
  - 停止条件は，反応可能な原子がなくなること，
    または規則左辺を一定回数しらべても反応がおこらないこと．

Knapsack 問題のためのデータ構造

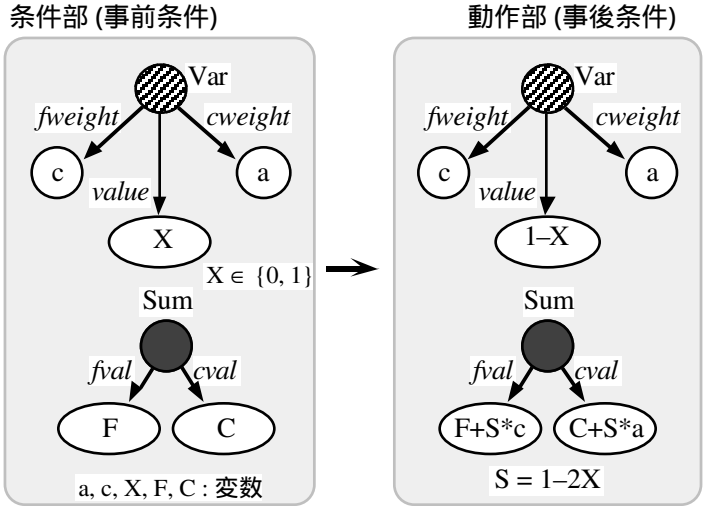
CCM にもとづく0–1 整数計画問題の近似解法 — 1

- Knapsack 問題 (制約条件数 m が 1 のとき) のための作業記憶の内容
  - 目的関数： $c_1 x_1 + \cdots + c_n x_n = \mathrm{F}$
  - 制約条件： $a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n = \mathrm{C} \le b$



Knapsack 問題のための反応規則

CCM にもとづく0–1 整数計画問題の近似解法 — 2



Knapsack 問題のための局所秩序度

CCM にもとづく0–1 整数計画問題の近似解法 — 3

- sum 型のデータ Y に関する局所秩序度 (増加する方向に動作)

  $o_{\mathrm{sum}}(Y) =$ $Y.fval$ **if** $Y.cval \le Y.cmax$ *予稿に誤植あり

  — 関数値がおおきいほうがよい．

  $-\infty$ **if** $Y.cval > Y.cmax$

  — 制約をみたさないと罰金．

- var 型のデータに関する局所秩序度
  - 定義しない (つねに 0)．

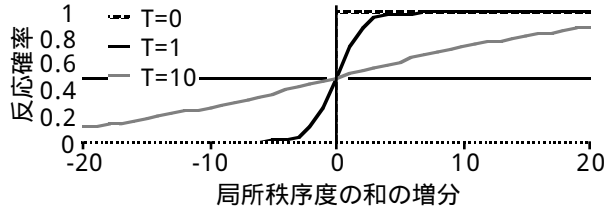
Knapsack 問題のキャスタの意味とふるまい

- 反応規則は 1 個の変数を非決定的に選択し，その値を 0 から 1 に，またはその逆にかきかえる．
  - $x_i = 1 \leftrightarrow x_i = 0$
- 反応によってよりよい解がもとめられるときだけ反応がおこる．
- このキャスタは単純なやまのぼり法を実現している
  — 局所最大点におちいる．
  - CCM は局所的な計算をおこなう — 通常はやまのぼりにならない．

シミュレーテッド・アニーリング

局所最大点からの脱出法 — 1

- 局所秩序度が減少するときにも適当な確率で反応させる．
- 局所秩序度の和の増分と反応規則の適用確率との関係を Sigmoid 関数とする．
  - Sigmoid 関数： $f(x) = 1/(1+e^{-x/T})$．

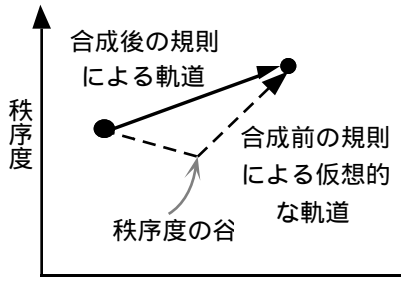


  - ボルツマンマシンにならって．
- $T \equiv 0$ とすると，SA によらない方法とほぼひとしい．
- もとの方法が非常に近視眼的 — SA だけでは不十分？ (予想)

反応規則の合成

局所最大点からの脱出法 — 2

- 反応規則の合成とは
  - 反応規則を連続して適用するのと等価な作用をする反応規則をつくること．
- 反応規則の合成の効果
  - 合成しても適用結果はかわらない．
  - 秩序度の谷をこえることができる．
    - もとの反応規則の連続適用途中の状態でのインスタンス秩序度の値を計算しないため．

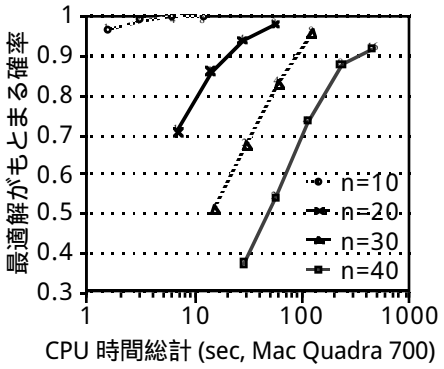


実測結果 — 1

- 実験内容と条件
  - 制約条件数 m は 10 で固定．
  - $n = 10, 20, 30, 40$ についてランダムに各 50 題の問題をつくった．
  - 各問題を 5 ~ 16 回解いた．
  - 比較のための最適解は分枝限定法によってもとめた．
- 改良前の CCM
  - $n = 10$ のとき最適解がもとめられた確率 (頻度) は 1.2 % だった．
  - $n \geq 20$ のときはまったく最適解がもとめられなかった．
- SA をつかう方法
  - 適当な温度スケジュリングにより $n = 10$ では最適解が 42 % の確率でもとめられた．
  - $n \geq 20$ では温度を非常にゆっくり下降させてもまったく最適解はもとめられなかった．

実測結果 — 2

- 反応規則の合成をつかう方法
  - 合成回数は動的に決定 — 秩序度が増加する最小回数 (ただし，上限回数を設定)．
  - すべての n の値において 37 % 以上の頻度で最適解がもとめられた．
  - 最適解がもとまる確率と CPU 時間の総計との関係 $\longrightarrow$



- 反応規則の合成と SA の併用
  - これらの方法を併用しても，前者だけをつかう方法と比較して最適解がもとまる確率に有意な差はみられなかった．

結言

- 改良前および SA つきの CCM について
  - $n \geq 20$ の 問題において，よい近似解はもとめられなかった．
- 反応規則の合成によって $n = 40$ のときも 37 % 以上の確率で最適解がもとめられた．
- CCM にもとづく解法についての考察
  - 反応規則の合成の自動化は容易．
  - 自動化により，非常に単純な反応規則と局所秩序度を記述するだけで，高確率で最適解がもとまるようになる．
- 他の問題についての考察 — 今後の課題
  - 今回のように容易に最適解をもとめられるとはかぎらない．
    - 合成可能性，合成の効果において．
  - より実用的な問題に適用 / 評価し，CCM を改良すること．
    - 変化する環境のもとでの時間割作成問題等．

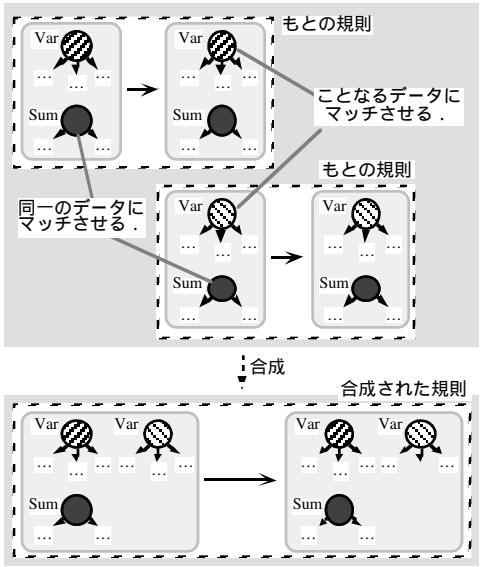
目次*

- 0–1 整数計画問題
- CCM の概要
- CCM にもとづく 0– 1 整数計画問題の解法
- 局所最大点からの脱出法
  - シミュレーテッド・アニーリング
  - 反応規則の合成
- 実測結果

0–1 整数計画問題*

- 整数計画問題は
  - 線形計画問題における変数値を整数に制限した問題．
  - NP 困難な問題．
  - 分枝限定法 (branch and bound method) のためのよいヒューリスティックしられている．
  - 線形計画問題に比較すると，とくことができる問題の規模がかぎられている．
- 0–1 整数計画問題
  - 変数値を 0 または 1 に制限した整数計画問題．
- なぜ 0–1 整数計画問題をとりあげるのか
  - 離散的な最適化問題が 0–1 整数計画問題として定式化される — 重要性．
  - ?

反応規則の合成の説明図*



合成規則の適用手順*

■ 準備

◆ 合成回数の上限を M とする．

■ 手順

(1) 反応がおこるまえの作業記憶の状態を S_0 とし，i の値を 1 とする．

(2) 状態 S_{i-1} の作業記憶に対して反応規則を (ランダムに) 適用した結果の状態を S_i とする．状態 S_0 を状態 S_i にうつす反応の列 $a_1\ a_2\ \ldots\ a_i$ において関与したデータに関する状態 S_0 における局所秩序度の総和を O_0，状態 S_i におけるそれを O_i とする．

(3) $O_0 < O_i$ がなりたつときは反応 $a_1\ a_2\ \ldots\ a_i$ を実際におこしてこの手順を終了する．

(4) $O_0 \geq O_i$ がなりたつときは i の値を 1 だけ増加させる．$i \leq M$ ならば (2) にもどる (つぎの状態をもとめる)．また，$i > M$ ならば (1) にもどる (はじめからやりなおす)．