社団法人　電子情報通信学会
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報
TECHNICAL REPORT OF IEICE.

確率過程としての記号処理
— 計算過程のマクロ・モデル —*

金田　泰
新情報処理開発機構
〒305 茨城県つくば市竹園一-6-1
E-mail: kanada@trc.rwcp.or.jp

あらまし 複雑な記号処理をおこなう計算システムは，プログラムを静的に理解することによって，あるいはミクロな動作を追っていくことによってそのふるまいを理解することはできない．したがって，それを理解するには計算過程をマクロにみるモデルが必要である．計算過程のマクロ・モデルはまた，計算の自動制御や自己組織的計算の実現のためにも必要だとかんがえられる．この報告では計算過程のマクロな理論に関する基礎検討をおこない，確率過程論にもとづくモデル化を提案する．そして，そのひとつの例として，ミクロ・モデルとしての化学的キャスティング・モデル (CCM) に対応するマクロ・モデルとしてマルコフ連鎖モデルをしめし，それにもとづいて CCM にもとづくエイト・クウィーン問題の計算過程を分析する．この理論はミクロ・モデルにおける記号計算とマクロ・モデルにおけるパタン計算との一種の融合をはかっているということができる．

和文キーワード 自己組織化，計算モデル，確率過程，マルコフ連鎖，記号処理

Symbol Processing as Stochastic Processes
— Macroscopic Models of Computation Processes —†

Yasusi Kanada
Real-World Computing Partnership
Takezono 1-6-1, Tsukuba, Ibaraki 305, Japan
E-mail: kanada@trc.rwcp.or.jp

Abstract Systems, which perform complex symbol processing, can neigher be understood by understanding the program statically nor by tracking their microscopic behavior. Thus, macroscopic models of the computation processes are necessary to understand the systems. Macroscopic models are also necessary for automatic control of computation and realizing self-organizing computation. This paper examines foundation of macroscopic theory of computation processes, and proposes modeling based on stochastic process theory. This paper also gives an example of a macroscopic model, the Markov chain model of the Chemical Casting Model (CCM), which is a microscopic model, and analizes computation processes of a graph coloring problem based on CCM. This theory realizes a fusion of symbol computation in the microscopic model and pattern computation in the macroscopic model.

英文 key words Self-organization, Model of computation, Stochastic processes, Markov chain, Symbol processing

---

* この研究の一部は著者が日立製作所中央研究所においておこなったものである．

† Part of this research was done at Central Research Laboratory, Hitachi Ltd.

1. はじめに

まず，計算過程のマクロな理論やマクロ・モデルの必要性についてかんがえてみよう．なお，コンピュータをふくむシステムのことを，ここでは**計算システム**とよぶことにする．

第 1 に非常に単純な計算システムならばプログラムを静的に理解することにより，あるいはミクロな動作を追うことにより，それを理解できるかもしれない．しかし，数 100 行のプログラムになるとすでにこのようなやりかたでは困難が生じる．まして，現実につかわれている数万行以上のプログラムをふくむ計算システムをこのような方法で理解するのはほとんど不可能である．したがって，計算システムおよび計算過程をマクロにみる理論が必要になる[注1]．

第 2 に，動作がミクロ・レベルだけで決定されている現在の計算システムにおいては，そのマクロ・レベルのふるまいや性質を直接**制御**することができない．たとえば記憶量などの計算資源や計算時間の制御などは間接的におこなうほかはない．また，現在の計算システムは**安定性**が欠けている．すなわち，わずかなバグや外部からのノイズ (不正な入力など) といった撹乱によって不正な結果がえられたり，システム・ダウンをおこしたりというように，重大な影響をうける．自然のシステムや自動制御システムでは通常このようなことはない．それは，これらのシステムにおいてはマクロな量にもとづくフィードバック制御がおこなわれているからである．これらのシステムが安定点の近傍で動作しているときには，マクロな量は撹乱によっておおきな影響をうけない．マクロ・レベルでの制御可能性や安定性を計算システムにももたせるためには，まず，計算過程をマクロにみる理論が必要だとかんがえられる [Kan 92b].

第 3 に，人間がすべてをおしえなくても希望する計算がおこなわれるような**自己組織的計算**の実現のためにも，計算過程をマクロにみる理論が必要だとかんがえられる．物理学などにおいては散逸構造 [Pri 77] とよばれるようなマクロな秩序的構造をうみだす自己組織系の研究がさかんにおこなわれている [Pri 84, Hak 78, Hak 83]．これらの理論においてはミクロ・レベルとマクロ・レベルとのあいだの “からみあい” が重要なやくわりをはたしているが，計算システムにおいても同様のしかけをつくることによって，ある意味での自己組織的計算が実現できるのではないだろうか[注2]．

ところが，現在の計算の理論のもとでは計算をマクロにみることができない．計算の理論としては，チューリング・マシンの理論，ラムダ計算の理論，論理プログラミングの理論をはじめとしてさまざまあるが，これらは計算の動作を決定するに十分な情報をあたえるためのミクロな理論であり，マクロな視点をあたえてはいない．たとえば，これらの理論では計算システムがとりうる状態の集合に対して**位相** (距離) を定義していないので，状態の近似もできず，したがって状態をマクロにみることができない．問題によってはその問題につよく依存したかたちのマクロな理論をつくることができるが，計算の理論のような一般性や適用範囲のひろさはえられない．

この報告では，計算過程のマクロな理論に関する基礎検討とその例とをしめす．第 2 章では計算過程のマクロ・モデルがどのようなものであるべきかを検討するとともに，それがもつべき性質をしらべ，確率過程にもとづくモデル化を提案する．第 3 章では，第 4 章の準備として，そこでしめすマクロ・モデルに対応するミクロ・モデルとしての化学的キャスティング・モデル (CCM) について説明し，ひとつの例題をしめす．第 4 章では CCM のマクロ・モデルであるマルコフ連鎖モデルについて説明し，その性質を実測値にもとづいて論じる．

2. 計算のマクロ・モデルとその性質

この章では，計算過程のマクロ・モデルとはどのようなものか，ミクロ・モデルすなわちシステムの駆動のためのモデルとマクロ・モデルとがどのような関係にあるべきか，さらにはマクロ・モデルの理論をつくっていく際にミクロ・モデルにもとめられる性質はなにか，といった点について考察する．

2.1 マクロ化の方法と確率の導入

計算過程をマクロにみるには，すくなくともつぎのような 2 つのみかたが可能である．

第 1 に，**状態のマクロ化**すなわちミクロ・レベルにおける複数の状態をマクロ・レベルにおけるひとつの状態とみなす，みかたがある．これは，いいかえれば**マクロな状態変数** (**状態量**) を導入することである．そのひとつの例は，計算の状態からなる集合 (状態空間) がユークリッド空間を構成するばあいに，この空間上の近傍の点をまとめてひとつの状態とみなすことであ

[注1] プログラム構造のモジュール化 (手続き抽象，データ抽象など) について言及する．これも一種のマクロ化だが，おおくのばあい，ここでかんがえているマクロ・モデルとはならないとかんがえられる．それは，このような静的な構造が計算システムのふるまいの解釈 (理解) のために最適なものであるとはいえないからである．

[注2] この点については，金田 [Kan 92a, Kan 92b] においてよりくわしくのべた．

る[注3]．またべつの例は，実数値をもつ複数のデータがあるときに，これをそれらの平均値をもつ 1 個のデータで代表させることである[注4]．ある視点からみると複数の状態のあいだによりちかい状態とよりとおい状態とがくべつできる (数学的にいえば位相が定義できる) ばあいには，このようなみかたをすることに意味があるだろう．

第 2 に，**時間のマクロ化**すなわちミクロ・レベルにおける一連の時刻をマクロ・レベルにおけるひとつの時刻とみなす，みかたがある[注5]．いいかえれば**マクロな時間変数**を導入することである．計算は通常徐々にすすむので，このようなみかたをすることに意味がある．とくに，単一の時計で時間をはかることができない分散システムにおいては，時間のマクロ化は必要性がたかいということができるだろう．

なお，状態のマクロ化においても時間のマクロ化においても，まとめる状態や時刻の数によってさまざまなマクロ化のレベルが生じうる．同時に複数のレベルでのマクロ化をおこなうことによって，**階層化されたマクロ・モデル**をつくることもできる．マクロ・モデルの階層化は複雑な計算システムを理解するための強力な武器となりうるであろう．

この報告では，これ以降は第 1 のみかたについてだけかんがえる．

ところで，モンテカルロ・アルゴリズムや遺伝的アルゴリズムや模擬やきなまし (simulated annealing) のようにミクロにみて確率的な計算はもちろんだが，ミクロにみれば決定的な計算もマクロにみれば非決定的あるいは確率的になる．なぜなら，条件分岐において分岐するかどうか，あるいはどちらに分岐するかは，一般的にはマクロな状態からは一意にはきまらないからである．したがって，マクロ・レベルの計算を**確率過程**とみる，すなわち確率過程にもとづくマクロ・モデルをつくるのが適当だとかんがえられる．確率過程としてはマルコフ過程，ガウス過程をはじめとしてさまざまなモデルがある．どれを使用するのが適当かは，あつかうシステムや視点 (注目する性質) によるだろう．また，これらの単純なモデルだけでは説明できないばあいも当然あるだろう．

[注3] 数学的には，状態空間に同値関係を定義して，それによる同値類をひとつのマクロな状態とみなすことが可能である．しかし，このみかたは状態の同一性に関してあまりに硬直した定義をあたえているようにおもわれる．上記の例のユークリッド空間における近傍による定義はより柔軟である．

[注4] これは，原子レベルから分子レベルあるいはさらに空間的にマクロなレベルに視点をうつすことに相当する．

[注5] ここでは時間が離散的であることを仮定するが，連続のばあいでも同様に定義できる．

2.2 ミクロ・モデルとマクロ・モデル

マクロ・モデルにはシステムをうごかすのに必要な情報がすべてふくまれているわけではない．したがって，それだけではシステムを動作させられない．動作の決定のためにはミクロ・モデルが必要である．すなわち，駆動のためのミクロ・モデルと解析・制御のためのマクロ・モデルとがともに必要である．

ミクロ・モデルへのフィードバックをかけるばあい，たとえばマクロ・モデルによって計算システムを制御するばあいには，間接的にはマクロ・モデルがシステムの動作に関与することになる．しかし，マクロ・モデルは基本的には計算過程の解析のためのものであり，マクロ・モデルをもとめるための確率計算が直接動作をきめるわけではない．

マクロ・モデルが基本的にはすべての (マクロな) 可能性を考慮した理論であるのに対して，ここで想定しているミクロ・モデルは，さいころをふって，ただひとつの可能性にかける，いわばバクチ的なモデルである．このアプローチにおいては，ミクロなレベルでまちがいをおこしても，マクロなレベルで制御してただしい方向に修正すればよいとかんがえる．したがって，ミクロ・モデルにおいて網羅的な計算をしようとするときに生じる計算量の爆発は，ここではおこらない．

ミクロ・モデルとして**記号計算**にもとづくモデルを選択するか**パタン計算**にもとづくモデルを選択するかは自由である．しかし，そこで記号計算にもとづくモデルを選択すれば，ミクロなレベルでは記号計算をし，そのマクロ・モデルとしてはパタン的なモデル (数値的なモデル) をあたえることになる．したがって，このばあいには記号計算とパタン計算との一種の**融合**がはかられているということができる．

2.3 ミクロ・モデルがもつべき性質

この節では，マクロ・モデルが要求するミクロ・モデルがもつべき性質 (および，もたなくてもよい性質) について考察する．

まず，ある種の**位相**あるいは**距離**が定義されている，あるいは定義できることが必要である．これは複数のミクロな状態をまとめてマクロな状態をつくるために必須の性質である．後述する CCM についていえば，**大域秩序度**とよばれる量がマクロ・モデルにおける位相のやくわりをはたしている．大域秩序度は CCM じたいでは定義されないが，CCM において定義される局所秩序度をつかって定義される．

つぎに，マクロ化が容易なためにはある意味での**定常性**がなりたつこと，いいかえると**モードレス**であることがのぞまれる．ここで定常性といっても，それは

確率過程におけるようなつよい意味ではないが，計算過程が時刻によってまったくことなる性質をしめす (ことなるモードにある) ようなシステムは，当面の解析のためには複雑にすぎるとかんがえられる．この性質は，システムのふるまいを時間に関する差分方程式や微分方程式によって記述できるという条件にちかい．手続き的なプログラムによる計算はこの要求をみたしにくいとかんがえられる[注6].

ところで，ミクロ・モデルがもつべき性質とはいささかことなるが，逆に従来の計算モデルにおいてはおおくのばあいに仮定されていたが，ここではあらかじめ，はずすことをかんがえておいたほうがよいとかんがえられる性質がある．それは**決定性**である．すなわち，第 1 に計算がミクロ・レベルにおいて完全に決定されていると，それはマクロ・レベルでは制御不能であり，目標を達成できないとかんがえられる．第 2 に，計算をマクロ・レベルで，したがって確率的にモデル化するときには，ミクロ・レベルでそれが決定的かどうかは重大な問題ではないとかんがえられる．つまり，遺伝的アルゴリズムなどのようにミクロ・レベルにおいて確率的な動作をもちこんだとしても，あるいは並列性を導入することによって実行順序などに関する非決定性をもちんだとしても，マクロ・モデルにあたえる影響はすくないとかんがえられる．第 3 章でしめす CCM においても，スケジュリングにおけるランダム戦略というかたちで確率的な動作がもちこまれている．

3. 計算モデル CCM とその例題

第 4 章において計算過程のマクロ・モデルの例をしめす．このモデルは化学的キャスティング・モデル (CCM) というミクロ・モデルに対するマクロ・モデルである．したがって，第 4 章の準備のために 3.1 節では CCM について説明し，3.2 節ではそれにもとづくひとつの例題をとりあげる．

3.1 化学的キャスティング・モデル (CCM)

この節では，化学的キャスティング・モデル (Chemical Casting Model) [Kan 92a, Kan 92b] についてかんたんに説明する．CCM は環境に対してひらかれていて仕様も明確でない現実世界の問題をとくための自己組織的計算を記述することをめざした計算モデルである[注7]．このモデルはまた，遺伝的アルゴリズムなどと同様に記号的な計算とパタン的な計算との中間領域の開拓をめざしている．CCM の重要な特徴は，単純かつ汎用的な “プログラム” によって，局所的な情報だけにもとづいて “大域的な秩序” をつくりだすような計算 (= “自己組織化”) をおこなうという点にある[注8]．CCM には，自己組織的計算のために重要だとかんがえられる**局所秩序度** (一種の評価関数) や**非決定的なスケジュリング** (確率的制御) などの機構がとりいれられている．

CCM の構成要素についてかんたんに説明する．CCM は化学反応系とのアナロジにもとづく計算モデルであり [Kan 92a], プロダクション・システムにもとづいている．プロダクション・システムにおける作業記憶 (短期記憶) は CCM においても**作業記憶**とよぶ．すなわち，CCM が作用するデータは作業記憶にふくまれる．そして，プロダクション・システムにおける規則ベースすなわちプログラムに相当するものを**キャスタ**とよぶ．CCM は不完全な計画にもとづく計算のためのモデルなので，完全な計画を意味するプログラムということばのかわりにキャスタということばを使用する．いまのところ，キャスタはユーザによって記述され，そのままのかたちでつかわれることを仮定している．

作業記憶にふくまれるべき**オブジェクト**あるいは**データ**としては，つぎのようなものがある (**図** 1 参照). **原子**はデータの単位であり，内部状態をもつ．原子にはデータ型があり，それを**元素**ともよぶ．原子どうしを**リンク**によって結合することができ，結合された全体を**分子**とよぶ．リンクは無向でも有向でもよい．リンクの存在は通常のプロダクション・システムにない CCM の特徴のひとつである．無向のリンクは化学結合に似ているが，化学結合には有向のリンクに相当するものはない．また，リンクにはラベルをつけることもできる．

キャスタは反応規則と局所秩序度とで構成される．**反応規則**はシステムの局所的な (ミクロな) 変化のしかたをきめる規則であり，ユーザにより定義される．ここで「局所的」ということばは，反応規則によって参照される原子数がすくないことを意味する[注9]．反応規則は前向き推論によるプロダクション規則として記述される．したがって，つぎのようなかたちをしている．

$$\text{LHS} \rightarrow \text{RHS}.$$

[注6] この条件は本質的に必要なものというよりは，暫定的なものである．すなわち，将来的には広範囲のミクロ・モデルに対してマクロ・モデルの構築が可能になるべきだが，当面は範囲をかぎることによって理論構築を容易にしようという目的の制約事項である．

[注7] このモデルは金田 [Kan 92a] においては「化学的プログラミング・モデル」とよばれていた．

[注8] 局所的情報にもとづく計算をめざすひとつの理由は，いわゆる**創発的計算** [For 91] を実現することである．

[注9] CCM においては，化学反応系のように (物理的な意味での) 距離の概念が導入されていないから，局所的ということばは距離がちかいということを意味しない．

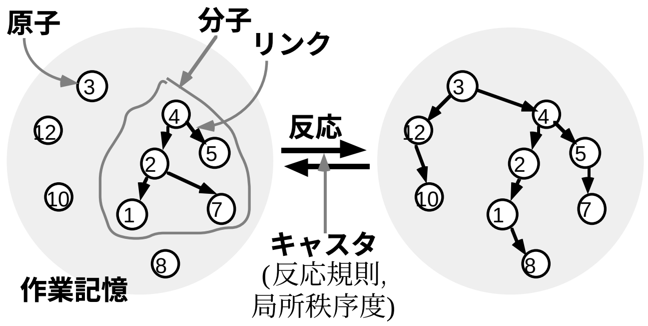


図 1　化学的キャスティング・モデルの構成要素

反応規則は化学反応式に相当するものだといえる．後述する *N* クウィーン問題やグラフ彩色問題 [Kan 92b] などをはじめとするおおくの単純なシステムにおいては反応規則は 1 個だけ存在するが，複数の変化のしかたをみとめるより複雑なシステムにおいては複数個の反応規則が存在する．

局所秩序度は局所的な “組織化” あるいは “秩序化” の程度をあらわす量であり，作業記憶の局所的な状態が “のぞましい” ほどおおきな値をとるように，ユーザにより定義される．局所秩序度の存在は，通常のプロダクション・システムにくらべたときの CCM の最大の特徴である．局所秩序度の定義のしかたとしては自己秩序度と相互秩序度とがある [Kan 92a]．後述のエイト・クウィーン問題のキャスタは相互秩序度を使用しているが，以下の説明においては，かんたんのために自己秩序度だけをかんがえる．自己秩序度は元素ごとに定義され，規則の適用時に原子ごとに計算される．ただし，その値は当該原子の内部状態だけでなく，その原子からでるリンクがつながったさきの原子の状態にも依存しうる．

反応はつぎの 2 つの条件をみたすときにおこる．反応規則の左辺 LHS および右辺 RHS には原子とマッチする 1 個または複数個のパタンがあらわれるが，第 1 の条件は左辺にあらわれるすべてのパタンのそれぞれにマッチする原子が存在することである．

反応がおこるとこれらの原子は消滅して，そのかわりに右辺にあらわれる原子が生成される．ただし，左辺と右辺とに対応する原子があらわれるばあいは，その原子は生成・消滅するかわりにかきかえられる．このような規則とそれにあらわれる (左辺および右辺の) パタンにマッチするすべての原子との組を**インスタンス**とよぶ．ひとつのインスタンスがふくむ原子のうち，反応前に存在するものすなわち左辺にあらわれるものの局所秩序度の総和を “反応前のインスタンス秩序度”，反応後に存在するものすなわち右辺にあらわれるものの局所秩序度の総和を “反応後のインスタンス秩序度” とよぶ．反応後のインスタンス秩序度をあらかじめ計算したものが反応前のインスタンス秩序度よりおおきいとき，すなわち反応によって局所秩序度の和が増加する時だけ反応がおこるというのが第 2 の条件である．

そして，いずれかのインスタンスについて上記の 2 条件がみたされているかぎり，反応はくりかえしおこる．これらの条件をみたすインスタンスが存在しなくなると実行は中断される．

ただし，一般には上記の 2 つの条件をみたすインスタンスは複数個存在する．条件をみたすインスタンスが複数個生成される原因としては，ひとつの規則の条件部をみたす原子の組が複数個存在するばあいと，複数の規則についてその条件部をみたす原子の組が存在するばあいとがある．いずれのばあいでも，これらのインスタンスのうちのいずれがどのような順序で，あるいは並列に反応するかは非決定的であり，反応の順序はシステムが自発的にきめる．反応の順序によらず，のぞむ計算をおこなわせるはたらきをする (すべき) のが局所秩序度である．

上記のような自発性あるいは非決定性を CCM にあたえているひとつの理由は，非決定性のないアルゴリズミックな計算においては，プログラマがあたえた “よけいな制御” によってプログラムの動作が制約され，自己組織的な計算を不可能にしているばあいがあるとかんがえられるからである [Kan 92b].

しかし，反応の順序をある程度はユーザが制御することができないと，のぞんだ計算を実現できないばあいがある．ユーザは**スケジュリング戦略** [Kan 92a] というものを指定することによってインスタンスの選択順序を制御し，反応の順序を部分的に制御することができる．スケジュリング戦略にはインスタンスを系統的に選択する**系統的戦略**と，ランダムに選択する**ランダム戦略**とがある．ランダム戦略においては，反応させるべき原子をランダムに (疑似乱数をつかって) 選択する．

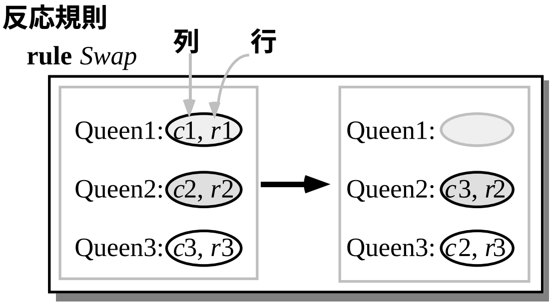
3.2 CCM によるエイト・クウィーン問題

エイト・クウィーン問題は，チェス・ボードにたがいにとりあわないように 8 個のクウィーンを配置する制約充足問題である．*N* 行 *N* 列の “チェス・ボード” に *N* 個のクウィーンをおくように問題を拡張すると，いわゆる *N* クウィーン問題になる．これも同一のキャスタをつかってとくことができるが，ここではエイト・クウィーン問題だけをあつかう．

キャスタを**図** 2 にしめす．図 2 の反応規則は**図** 3 にしめすように 2 個のクウィーンをえらんでその列を交換する操作をあらわしている．この操作を反復して解をもとめる．交換するかどうかは，2 個のクウィーンが対角線方向にないとき秩序がたかいというように

定義された相互秩序度によってきめられる．このキャスタについては金田 [Kan 92a] がくわしく説明しているので，これ以上の説明ははぶく．

■ 反応規則



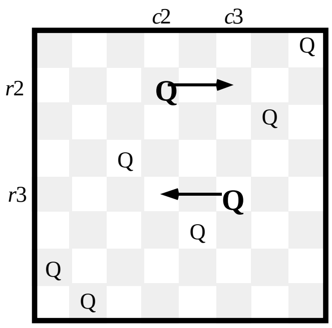
■ 局所秩序度（相互秩序度）

2 個のクウィーンのあいだで秩序度を定義する。

$o(x, y) = 0$ **if** $x.column - y.column = x.row - y.row$ **or** $x.column - y.column = y.row - x.row$,

1 **otherwise**.

図 2　CCM による *N* クウィーン問題のキャスタ



2 個のクウィーンをえらんでその欄を交換するという操作をくりかえすことによって解に到達することをめざす。

図 3　*N* クウィーン問題のプログラムの規則の意味

4. CCM のマルコフ連鎖モデル

この章では，マクロ・モデルの例として，CCM のマルコフ連鎖モデルについて説明する．4.1 節では，このマクロ・モデルの説明に必要な大域秩序度という量を定義し，それを例題について実際に観測した結果をしめす．4.2 節でマルコフ連鎖モデルを説明する．4.3 節ではそのモデルをエイト・クウィーン問題にあてはめた結果をしめす[注10]．

4.1 大域秩序度の定義とその観測値

このモデルにおいては，マクロな状態量として大域秩序度すなわち局所秩序度の作業記憶全体にわたる和を導入する．これは，化学反応系とのアナロジでいえばエントロピーに相当する量だとかんがえられる．N クウィーン問題のばあいは，すべてのクウィーンの対に関する局所秩序度の和が大域秩序度である．したがって，クウィーンの総数を N とすると，大域秩序度 O は $0 \le O \le {}_N C_2$ という範囲の整数値をとる．エイト・クウィーン問題のばあいには 28 個の対が存在するので，大域秩序度の最大値すなわち解における大域秩序度は 28 である．大域秩序度が最小値 0 をとるのはすべてのクウィーンがひとつの対角線上に配置されたばあいである[注11]．

SOOC-92 によるエイト・クウィーン問題のある求解過程において，大域秩序度の値を反応がおこるごとに実測した結果を**図** 4 にしめす．初期状態は対角線配置である．この測定においてはランダム戦略を使用したが，系統的戦略を使用しても (すなわちミクロ・レベルにおいては決定的に動作させても)，いくつかの点をのぞけばマクロなふるまいにはおおきな影響はないようにみえる[注12]．

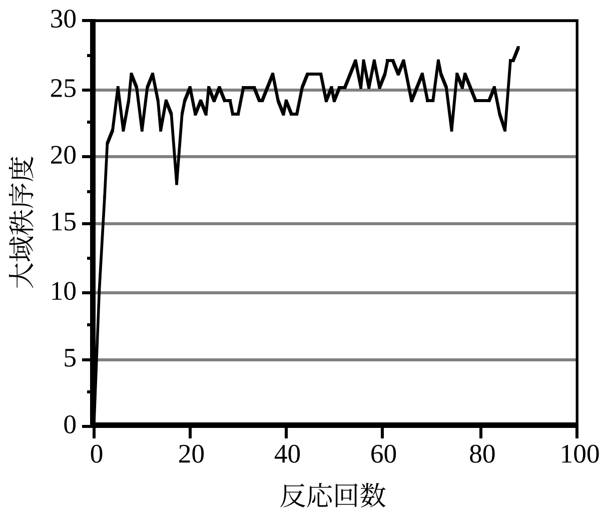


図 4　エイト・クウィーン問題における大域秩序度の時系列の実測値例

上記のことから，つぎの 3 点がわかる．第 1 に，CCM にもとづくエイト・クウィーン問題の求解過程においては，大域秩序度が単調に増加しないことが容易にわかる．これは，反応によってある 3 個のクウィーンがよりよい位置におかれても，それ以外のクウィーンとの位置関係は悪化する (対角線方向になる) ことがあり，このようなばあいには大域秩序度が減少するからである．CCM によるシステム (キャスタと作業記憶をあわせたもの) のなかには，このように局所秩序

[注10] 以下のマルコフ連鎖モデルの説明は金田 [Kan 92b] の記述を詳細化し，この報告の論旨にあわせて補足したものである．

[注11] なお，大域秩序度 O のかわりにそれを秩序度計算の単位となっている原子数または原子対数 (これもひとつのマクロ量である) でわった**平均秩序度** $\hat{o}$ をつかうことも可能である．O が**示量性**であるのに対して $\hat{o}$ は**示強性**である．すなわち，システムがふくむ原子数に直接依存しない．N クウィーン問題のばあいには $0 \le \hat{o} \le 1$ である．

[注12] なお，この報告ではあつかうことができない大域秩序度の時系列に関する統計的性質のうちの一部について金田ら [Kan 93b] がのべている．

度の増加がばあいによって大域秩序度の減少をひきおこす**競合型**のシステムと，局所秩序度が増加するときには大域秩序度が減少することがない**協調型**のシステムとがある．エイト・クウィーン問題のシステムは競合型である．

第 2 の点はミクロ・モデルにおける決定性についてである．第 2 章において，ミクロ・モデルが決定的であっても非決定的であっても，それをマクロ化したときには大差はないだろうという予想をのべた．決定的なスケジュリング戦略を採用しても非決定的なスケジュリング戦略を採用してもマクロなふるまいにおおきな変化がないということは，すくなくともエイト・クウィーン問題においてはこの予想がただしかったことをしめしている[注13]．ただし，系統的戦略を使用するばあいには，システムの動作がリミット・サイクルにおちいって永久に解に到達しないばあいがあるという点では，両者には差がある[注14]．

第 3 の点は大域秩序度の変化を確率過程としてみたときの性質についてである．この確率過程は実行開始からしばらくは非定常性がつよく (図 10 のばあいには反応回数が 100 回くらいまで)，その後定常にちかくなっていることがよみとれる．ただし，反応回数が 100 回をこえても反応により解に到達して停止するばあいとそうでないばあいとが存在するから，真に定常状態に達しているわけではない．真の定常状態は，解に到達した状態である．したがって，CCM にもとづく計算過程においては，つぎのような 3 つの状態がこの順にあらわれるという仮説をたてることができる．

(1) **強非定常状態**

反応ごとに確率分布が変化する状態.

(2) **準定常状態**

反応ごとに解状態すなわち大域秩序度が最大の状態の確率が増加するが, それ以外の状態のわりあい (条件つき確率) は変化しない状態.

(3) **停止状態 (定常状態)**

大域秩序度が最大の状態の確率が 1 である状態．確率過程としては有限時間でこの状態が実現されることはない (すなわち計算時間に上限はない)[注15]．したがって，この状態は $t \to \infty$ の極限として存在する．

実測した大域秩序度の時系列がこの仮説を支持しているという点では，グラフ彩色問題もエイト・クウィーン問題と同様である [Kan 92b].

4.2 マルコフ連鎖モデル

前節でのべたような性質をもつ確率過程は，マルコフ連鎖によって構成できるとかんがえられる．そこで，CCM の計算における大域秩序度の時系列をマルコフ連鎖とみるマクロ・モデルを構成する．このモデルにおいては，CCM における大域秩序度のひとしい複数の状態がひとつにまとられている．

ところで，ミクロ・モデルである CCM においてはマルコフ性がなりたつが，それをマクロ化するとマルコフ性がなりたつとはかぎらない．したがって，以下の議論において必要なマルコフ性がなりたつという仮定 (後述) は自明になりたつわけではない．このことについて説明する．CCM においては特殊なスケジュリング戦略を採用しないかぎりはシステムの動作は現在の状態だけにもとづいてきめられる．すなわち，未来の状態はもちろん，過去の状態にも依存しない．したがってミクロ・レベルではマルコフ性がなりたっている．しかし，状態遷移が状態をマクロ化するときに捨象された情報に依存してきめられていれば，マクロ・モデルにおいてはマルコフ性はなりたたなくなる．

たとえば，探索空間を概念図としてえがいた**図** 5 の A 状態と B 状態のように，大域秩序度がひとしくても一方は大域秩序度の局所最大点すなわち遷移によってかならず大域秩序度が低下する点にあり，他方はそうでない位置にあれば，これらをまとめたマクロな状態においてはマルコフ性がなりたたなくなるであろう．

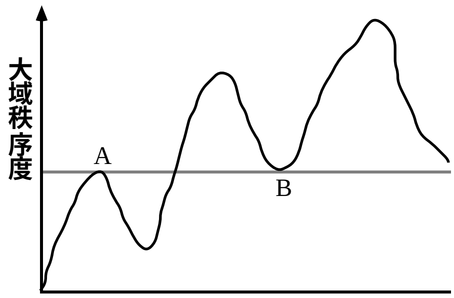


図 5　**ミクロにはマルコフ性がなりたつがマクロにはなりたたないであろう例**

以下このモデルについて説明するが，まずやや一般的な説明からはじめる．このモデルにおいては，反応がおこるごとに変化する作業記憶の状態を確率過程とみる．そのためにまず，初期状態において時刻を 0 とし，反応がおこるたびに時刻が 1 ずつすすむとみなす．そして，時刻 t における作業記憶の状態をあらわす適当なマクロな変数 X(t) を確率変数とみなす． X(t) がとる値として実数値や数値以外のものをかんがえることもできるが，ここでは非負の整数値にかぎられると

[注13] おなじことがグラフ彩色問題をはじめとする，これまでに CCM にもとづいて記述したいくつかのキャストについていえる．

[注14] この差はミクロ・モデルに非決定性を積極的にもちこむ理由になりうる．

[注15] ただし，巧妙な系統的戦略をえらんで，有限時間でかならず停止するようにさせることは可能であろう．

仮定する[注16]．また，$\mathrm{X}(t)$ に関してマルコフ性がなりたつことを仮定する．すなわち，$\mathrm{X}(t)$ が i という値をとる確率を

$$\mathrm{p}(\mathrm{X}(t)=i)\ \left(\sum_{i=0}^{\mathrm{I}}\mathrm{p}(\mathrm{X}(t)=i)=1 \text{ がなりたつ}\right)$$

とし，$\mathrm{p}(\mathrm{X}(t)=i)$ $(i=0, 1, \ldots, \mathrm{I})$ を要素とするベクトルを $\mathbf{p}_t$ とするとき，$\mathbf{p}_t$ と $\mathbf{p}_{t+1}$ とのあいだにつぎのような関係がなりたつと仮定する．

$$\mathbf{p}_{t+1} = \mathrm{T}\,\mathbf{p}_t\,.$$

ところで，遷移行列 T は I 行 I 列の行列であり，その値は時刻にはよらないとする．T の固有値を $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_\mathrm{I}$ $(|\lambda_0| \geq |\lambda_1| \geq \ldots \geq |\lambda_\mathrm{I}|)$ とすると，$\lambda_0 = 1$ がなりたつ [Mor 79]．また，T^n はつぎのように表現することができる [Mor 79].

$$\mathrm{T}^n = \mathrm{T}_0 + \lambda_1{}^n\,\mathrm{T}_1 + \lambda_2{}^n\,\mathrm{T}_2 + \ldots + \lambda_\mathrm{I}{}^n\,\mathrm{T}_\mathrm{I}\,.$$

$\mathbf{p}_t = \mathrm{T}^t\,\mathbf{p}_0$ かつ $|\lambda_2|, \ldots, |\lambda_\mathrm{I}| < 1$ がなりたつから，$t \to \infty$ とすれば $|\lambda_1{}^t|, \ldots, |\lambda_\mathrm{I}{}^t| \to 0$ となり，したがって $\mathrm{T}^t \to \mathrm{T}_0$ となる．このような時刻 t における状態が停止状態である．また，$|\lambda_2|, \ldots, |\lambda_\mathrm{I}|$ は 1 より十分にちいさいが $|\lambda_1|$ が 1 に十分にちかいというばあいには，t が十分おおきな値をとるときに $\mathrm{T}^t \approx \mathrm{T}_0 + \lambda_1{}^t\,\mathrm{T}_1$ がなりたつ．このような時刻 t における状態が準定常状態だとかんがえられる[注17].

このような仮定のもとで X として大域秩序度をとり，SOOC-92 による大域秩序度の実測値をモデルにあてはめてエイト・クウィーン問題およびグラフ彩色問題のキャスタの実行における T の値を推定すると，大域秩序度の変化をうまく説明できるモデルがえられた．

遷移行列 T および遷移行列からの大域秩序度の分布の変化の推定はつぎのようにする．

まず，遷移行列の推定法についてのべる．複数の求解過程における大域秩序度の値を反応ごとに記録し，その結果から，最尤推定法にもとづいて遷移行列をもとめる．すなわち，状態 s_i から s_j への遷移回数を N_{ij} とするとき，遷移行列 T の要素 t_{ij} をつぎのようにしてもとめる．

$$t_{ij} = N_{ij} \Big/ \left(\textstyle\sum_k N_{ik}\right).$$

ただし，解がもとまった時点とそのつぎの時点すなわちつぎの (独立な) 求解過程の最初の時点とのあいだの遷移は，もちろんかぞえない．

大域秩序度 O の値は $0 \leq O \leq N$ という範囲の整数値をとるとする．このとき，O はこのあいだのすべての整数値をとるとはかぎらない．実験において O が i という値をとらなかったばあい，もし i という値をとるばあいがありうるとしても，T の i 行の値は推定できないことになる．このようなばあいは，i という値をとりえないものとみなして確率分布ベクトルおよび遷移行列から第 i 行と第 i 列ベクトルとを除去して推定をおこなう．

つぎに，遷移行列からの大域秩序度の確率分布の推定法についてのべる．$\mathbf{p}_t = \mathrm{T}^t\,\mathbf{p}_0$ という関係があるから，初期状態における分布 $\mathbf{p}_0$ と T の推定値とがわかれば，時刻 t における確率分布 $\mathbf{p}_t$ をもとめることができる．したがって，適当な方法によって書状態における分布を推定し，それと T の推定値とにもとづいて他の時刻における確率分布を推定する．

4.3 エイト・クウィーン問題へのあてはめ

前節のマクロ・モデルのエイト・クウィーン問題の実測値へのあてはめをこころみた．この結果の概要は金田 [Kan 92b] がのべているが，ここではその結果をより詳細にしめす．

求解過程における大域秩序度の値を約 1500 回の発火について記録した．この記録は 300 回の求解過程をふくんでいる．初期状態はランダムに生成させているから，エイト・クウィーン問題における作業記憶のすべての状態を (SOOC-92 によるキャスタとはべつのプログラムによって) 全解探索して大域秩序度の確率分布をしらべたものを初期状態とした．

推定された T からその固有値をもとめると，つぎのような値がえられた[注18].

$$\lambda_1 = 0.986,\ \lambda_2 = 0.5,\ \lambda_3 = 0.2,\ \ldots.$$

これにより，t が十分おおきな値をとるときに $\mathrm{T}^t \approx \mathrm{T}_0 + \lambda_1{}^t\,\mathrm{T}_1$ という条件がなりたつことがたしかめられ，したがって準定常状態の存在がたしかめられたということができる．

このモデルが実測結果とよくあっているということは，つぎのようにしてたしかめることができる．ランダムに生成した配置を初期状態とした求解過程におけ

[注16] このような仮定をおくと，もはや $\mathrm{X}(t)$ が実数値をとるばあいは同様の方法ではあつかえなくなる．しかし，$\mathrm{X}(t)$ が離散値であるかぎりはそれを非負の整数値に写像することができるから，その意味では一般性をうしなっていない．

[注17] なお，ここで λ_1 が**平均計算時間**をきめる主要な要因である．もし実測値をつかわずに λ_1 を推定することができれば平均計算時間を理論的にもとめることができることになるが，そのようなことはいまのところできない．

[注18] なお，この推定においては，実測において大域秩序度 O が i という値をとらなかったばあいには，T の推定値 $\dot{\mathrm{T}}$ の第 i 行の全要素を 0 のままあつかった．後述する大域秩序度の分布の推定で使用する T^t の推定値を計算する際にもこのような行列を使用した．このようにしても実効的な計算にはつかわれないので，問題はない．

る大域秩序度 (Global Order Degree, GOD) の実測値から $p(X(t) = i)$ の値を直接推定したものを**図** 6 にしめす．また，その実測値をつかってマルコフ連鎖モデルの遷移行列を推定し，さらにそれをつかって推定した $p(X(t) = i)$ の値を**図** 7 にしめす．これらの図を比較すると，時間 (反応回数) のスケールにちがいがあり，また時間が 16 以下の部分すなわち固有値 $\lambda_2, \lambda_3, \ldots$ に支配されている部分にはちがいがある．しかしそれ以外は，解状態以外の大域秩序度の確率が準定常状態の部分で指数的に減少していくことなど，よく一致している．したがって，固有値の推定誤差はおおきいものの，マルコフ連鎖モデルじたいは適切だとかんがえられる[注19]．

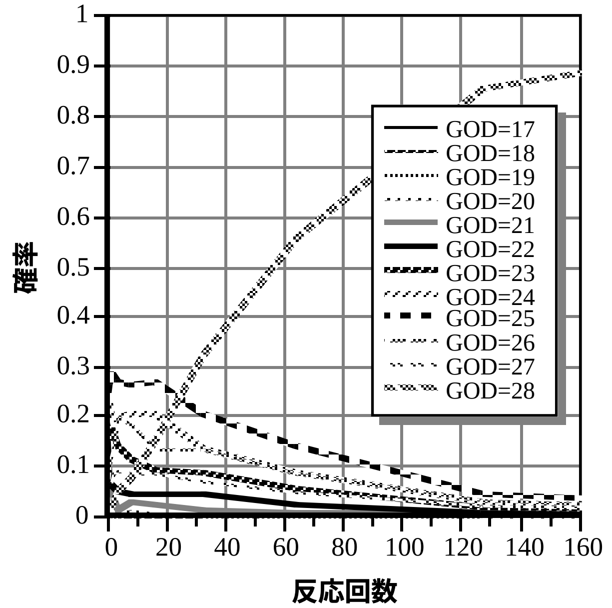


図 6　**エイト・クウィーン問題の計算過程における実測値から直接推定した大域秩序度の分布の変化**

図 6，図 7 からは分布じたいをよみとるのはむずかしいので，これらを 3 次元グラフとしてえがいたものを**図** 8 および**図** 9 にしめす．各リボンが各時刻における確率分布をあらわしている．これらの図においては，反応回数 t を対数目盛としているため強非定常状態におけるふるまいがやや強調されている．しかし準定常状態にはいってからは，大域秩序度の最大点以外の部分の分布のかたちがほぼ一定 (すなわち，準定常状態においては条件つき確率 $p(X(t) = i \mid i < I)$ が t によらずほぼ一定) であることがわかる．

なお，グラフ彩色問題においても同様にマルコフ連鎖モデルへのあてはめをこころみている．このばあいにもマルコフ連鎖モデルはマクロ・モデルとして適当だとかんがえられるが，まだ推定値の精度がひくいため，ここではその結果をしめさない．

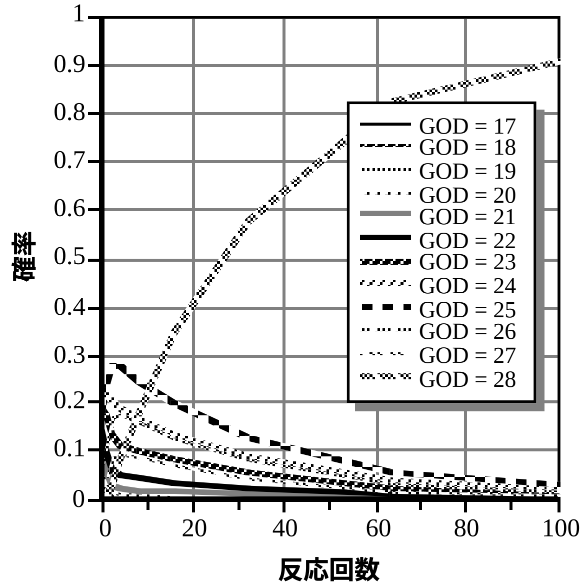


図 7　**マルコフ連鎖モデルから推定したエイト・クウィーン問題の大域秩序度の分布の変化**

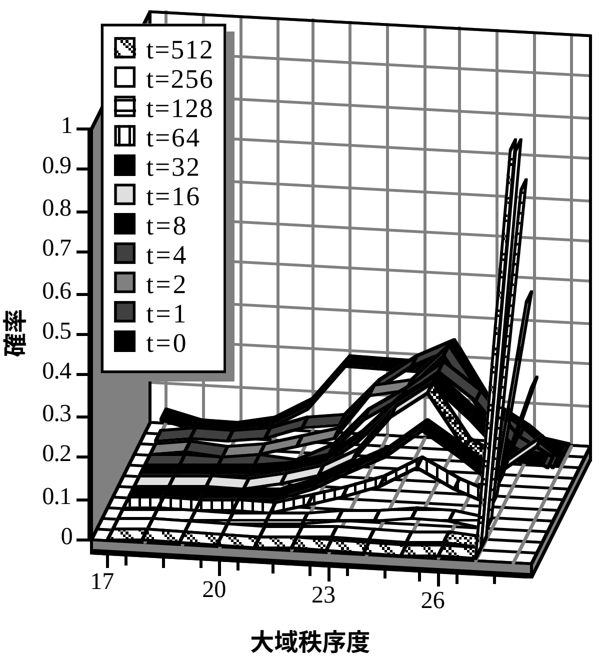


図 8　**エイト・クウィーン問題の計算過程における実測値から直接推定した大域秩序度の分布の変化**

[注19] 時間のスケールに差があるのは λ_1 の推定誤差のためであり，$t \leq 16$ におけるふるまいに差があるのは実測値がすくないための実測値からの推定の誤差と，マルコフ連鎖モデルにおける $\lambda_2, \lambda_3, \ldots$ の推定誤差のためだとかんがえられる．

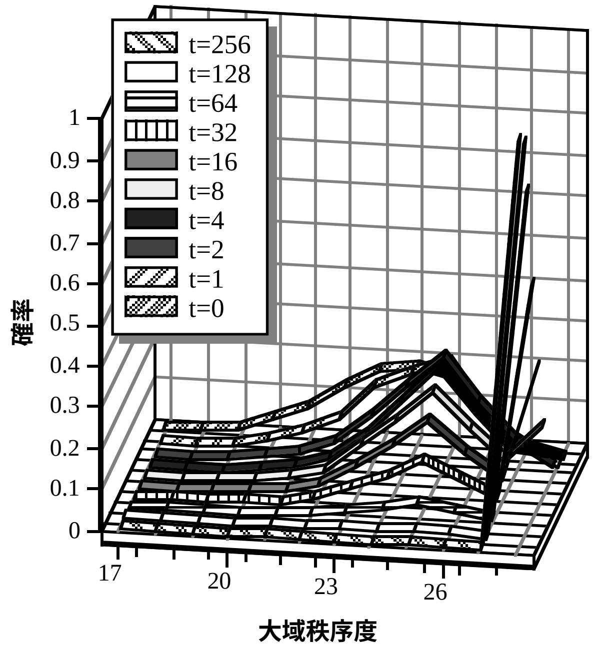


図 9　マルコフ連鎖モデルから推定したエイト・クウィーン問題の大域秩序度の分布の変化

5. 結論

この報告では計算のマクロな理論やマクロ・モデルの必要性をしめし，その例として CCM のマルコフ連鎖モデルをしめした．このモデルはすくなくとも N クウィーン問題とグラフ彩色問題における計算過程をうまく説明している．まだマルコフ連鎖モデルの適用範囲もあきらかでないが，今後マクロ・モデルの研究をつづければ，計算の制御や自己組織的計算の実現のためにやくだてられるであろう．

最後に今後の課題をしめす．まず CCM のマルコフ連鎖モデルにおける課題として，第 1 に，このモデルが適用できるシステムの範囲 (種類) をしらべることがある．第 2 に，モデルにふくまれる推定すべきパラメタの数をへらすことがある．パラメタ数がおおければモデルとしての質はひくいとかんがえられる [Sak 83] から，できるだけこれをへらしたい[注20]．

つぎに, より一般的な課題についてのべる. エイト・クウィーン問題やグラフ彩色問題のような制約充足問題のばあいには, 大域秩序度は離散値をとる [Kan 93b]. したがって離散状態のマルコフ連鎖によってモデル化できた．しかし，巡回セールスマン問題のような最適化問題におけるように大域秩序度が連続値をとるばあい [Kan 93a] には，このままではモデル化できない．また，マルコフ連鎖によってモデル化できないばあいもあるだろう．これらのマクロ・モデルをつくることが，ひとつの課題である．

また，マクロ・モデルをつくることができたとして，それをどのようにして制御にいかせばよいかは，まだほとんどわかっていない．これも課題である．

注20 現在は遷移行列の要素すべてがパラメタなので，大域秩序度がとりうる範囲を $0 \le O \le m$ とするとパラメタ数は m^2 にちかい．N クウィーン問題におけるパラメタ数は約 N^4 である．この報告では言及しなかったマルコフ性以外の統計的性質をマクロ・モデルにとりいれることによって，へらすことができるのではないかとかんがえられる．

謝辞

この研究をはじめるきっかけをつくっていただいた日立製作所日立研究所の 坂東 忠秋 部長，研究の継続をゆるしていただいている新情報処理開発機構の 岡 隆一 部長，マクロ・モデルにもとづく観測と制御というかんがえかたに示唆をあたえていただいた同中央研究所の 小島 啓二 氏，さらに第 33 回プログラミング・シンポジウムやほかの機会に議論にくわわっていただいた，おおくの方々に感謝する．

参考文献

[For 91]　Forrest, Stephanie, ed.: *Emergent Computation*, MIT Press, 1991.

[Hak 78]　ハーケン, H.: *協同現象の数理* (小森・相沢 訳), 東海大学出版会, 1980.

[Hak 83]　ハーケン, H.: *シナジェティクスの基礎* (小森・相沢 訳), 東海大学出版会, 1986.

[Kan 92a]　金田　泰 : コンピュータによる自己組織系のモデルをめざして, *第 33 回プログラミング・シンポジウム報告集*, 1992.

[Kan 92b]　金田　泰 : 自己組織系としての計算システム — ソフトウェア研究への 2 つの提案 —, *夏のプログラミング・シンポジウム報告集*, 1992.

[Kan 93a]　金田　泰 : プロダクション規則と局所評価関数による最適化, *計測自動制御学会システム工学部会研究会*, 1993.2.

[Kan 93b]　金田　泰, 廣川　真男 : プロダクション規則と局所評価関数による制約充足問題の解法, *情報処理学会記号処理研究会*, 1993.3.

[Mor 79]　森村　英典, 高橋　幸雄 : *マルコフ解析*, OR ライブラリー 18, 日科技連, 1979.

[Pri 77]　ニコリス, G., プリゴジーヌ, I.: *散逸構造* (小畠・相沢 訳), 岩波書店, 1980.

[Pri 84]　プリゴジン, I., スタンジェール, I.: *混沌からの秩序* (伏見　康治　他訳), みすず書房, 1987.

[Sak 83]　坂元　慶行, 石黒　真木夫, 北川　源四郎 : *情報量統計学*, 共立出版, 1983.

[Tak 92]　Takefuji, Y.: *Neural Network Parallel Processing*, Kluwer Academic Publishers, 1992.