プロダクション規則の合成による記号的ランダム・トンネリング — 計算モデル CCM* による制約充足と最適化 —

金田 泰†

新情報処理開発機構 (RWCP) つくば研究センタ

トンネリング・アルゴリズムという連続系のための最適化法を Levy and Montalvo, Yao, 島らが提案しているが，この報告では，くみあわせ問題をとくための，一種のトンネリングをとりいれた方法をしめす．この方法は，問題解決の途中で問題じたいが変化するような動的な問題の自己組織的な解決をめざして著者が提案している CCM* (拡張された化学的キャスティング・モデル) という計算モデルにもとづいている．ここではグラフ彩色問題と 0–1 整数計画問題とを例題として，この方法を説明する．CCM* はプロダクション・システムの一種であるが，この方法をつかえば，あたえられたプロダクション規則をそのまま適用してもぬけだせない局所最大点を，そのプロダクション規則を動的かつランダムに合成することによって，ぬけだすことができる．

1. はじめに

オペレーションズ・リサーチなどであつかう最適化問題や人工知能などであつかう制約充足問題のおおくは計算理論上は NP 困難問題あるいは NP 完全問題に分類され，多項式時間で厳密解をもとめるアルゴリズムはないと信じられている．したがって，それらじたいが解決困難な問題である．しかし，上記の分野であつかう問題は，通常は静的である．すなわち，これらの問題がふくんでいる制約条件や評価関数などの情報が，問題解決の途中で変化することはない．ところが，現実世界における問題は，かならずしもこのような静的な制約条件や評価関数などの情報によってあらわせるとはかぎらない．あらかじめわかっていない情報があとで追加されたり，環境の変化によって情報が動的に変更されたりすることがおこりうる．時間がたつにつれて情報が変化するという点では制御問題にちかいが，量的な変化だけではなく質的な変化があるので，それよりはるかに複雑である．

金田 [Kan 92a, Kan 94] はこのような状況のもとで問題をとくための自己組織的計算をめざして，化学的キャスティング・モデル (Chemical Casting Model, CCM) という計算モデルを提案している．上記のような状況のもとでは問題解決のために必要な情報をあらかじめ完全にあつめることはのぞめない．また，閉じた完全な情報をもとにした従来の制約充足法や最適化法は環境の変化によわいとかんがえられる．そこで，CCM においては局所的・部分的な情報だけによる計算をめざしている．CCM はエキスパート・システムの開発などにつかわれているプロダクション・システムをもとにしているが，従来のそれとはちがって局所秩序度という一種の評価関数をとりいれ，非決定的 (確率的) な制御法をとりいれている．プロダクション規則と局所秩序度とは，いずれも局所的な情報だけにもとづいて適用される．

現在はまだ研究の初期段階にあるため，おもに古典的な制約充足問題や最適化問題への適用をこころみている．制約充足問題に関しては，すでに N クウィーン問題 [Kan 92a, Kan 94] とグラフ彩色問題 [Kan 92b, Kan 93b] について報告した．また，最適化問題に関しては，巡回セールスマン問題についてその初期の結果を報告した [Kan 93a].

この報告では CCM に一種のトンネリング [Lev 85, Yao 89, Shi 93] の機構をとりいれた拡張版 CCM* による，局所的情報だけをつかうくみあわせ問題の解決法について報告する．この方法によれば，あたえられたプロダクション規則をそのまま適用してもぬけだせない局所最大点を，そのプロダクション規則を動的かつランダムに合成することによって，ぬけだすことができる．第 2 章では，かんたんに拡張前の CCM について説明し，それにもとづく制約充足，くみあわせ最適化とその問題点について説明する．第 3 章では，CCM の 2 つの独立な拡張法であるシミュレーテッド・アニーリングと記号的ランダム・トンネリングについてのべる．第 4 章では，記号的ランダム・トンネリングによる制約充足の実例としてグラフ彩色問題，最適化の実例として 0–1 整数計画問題をとりあげる．第 5 章では結論をのべ，動的な問題への拡張などの課題について言及する．

† E-mail: kanada@trc.rwcp.or.jp

2. 計算モデル CCM によるくみあわせ問題の解決とその問題点

この章では，拡張前の化学的キャスティング・モデル (CCM) についてかんたんに説明してから，それにもとづく制約充足およびくみあわせ最適化とその問題点について説明する．

2.1 計算モデル CCM

計算モデル CCM については金田 [Kan 93a] などでも説明しているので，ここでは最小限の説明をするにとどめる．

まず，CCM の構成要素についてかんたんに説明する (**図** 1 参照)．CCM はプロダクション・システムにもとづくモデルである．古典的なプロダクション・システムにおいてはデータを格納する領域のことを作業記憶とよんでいるが，CCM においてもこれを**作業記憶**とよぶ．そして，プロダクション・システムにおける規則ベースすなわちプログラムに相当するものを**キャスタ**とよぶ[注2]．

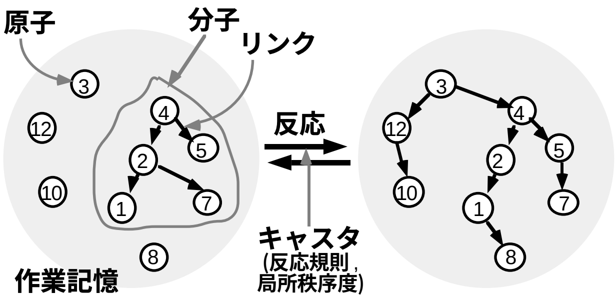

図 1　**化学的キャスティング・モデルの構成要素**

作業記憶にふくまれるべき**オブジェクト**あるいは**データ**として**原子**がある．原子はデータの単位であり，内部状態をもつ．原子どうしを**リンク**によって結合できる．リンクは無向でも有向でもよい．無向のリンクは化学結合に似ている．

キャスタは反応規則と局所秩序度とで構成される．**反応規則**はシステムの局所的な変化のしかたをきめる規則であり，ユーザが定義する．ここで「局所的」ということばは，その反応規則が参照する原子数がすくないということを意味する[注3]．反応規則は前向き推論によるプロダクション規則として記述する．したがって，つぎのようなかたちをしている．

LHS → RHS.

反応規則の左辺 LHS および右辺 RHS には原子とマッチする 1 個または複数個のパタンがあらわれる．反応規則は化学反応式に相当するものだといえる．後述する 2 つの問題をはじめとして，おおくの単純なシステムにおいては反応規則は 1 個だけ存在する．しかし，複数の変化のしかたをみとめるより複雑なシステムにおいては複数個の反応規則が存在する．

局所秩序度は局所的な “組織化” あるいは “秩序化” の程度をあらわす一種の評価関数であり，作業記憶の局所的な状態が “よりよい” ほどおおきな値をとるように，ユーザが定義する．局所秩序度は負号をつけた一種の**エネルギー** (化学反応系とのアナロジーからすると原子間の結合エネルギーのようなもの) とかんがえることができる．

反応はつぎの 2 つの条件をみたすときにおこる．第 1 の条件は左辺のすべてのパタンのそれぞれにマッチする原子が存在することである．第 2 の条件は反応に関係する (規則の両辺にあらわれる) 原子に関する局所秩序度の和が反応によって減少しないことである．そして，いずれかの反応規則と原子のくみあわせが上記の 2 条件をみたしているかぎり，反応はくりかえしおこる．これらの条件をみたすくみあわせが存在しなくなると実行は中断する．

ただし，一般には上記の 2 つの条件をみたすくみあわせは複数個存在する．条件をみたすくみあわせが複数個生成される原因としては，ひとつの規則の条件部をみたす原子の組が複数個存在するばあいと，複数の規則についてその条件部をみたす原子の組が存在するばあいとがある．いずれのばあいでも，これらのくみあわせのうちのいずれがどのような順序で, あるいは並列に反応するかは非決定的である (たとえばランダムにきめる) .

2.2 CCM による制約充足

CCM においては，局所的にみて “よりよい” 状態はなにかということを局所秩序度が定義し，近傍の状態への遷移のしかたを反応規則が規定する (反応規則によって近傍が定義される)．局所秩序度の総和を**大域秩序度**とよぶ．すると，システムは大域秩序度を最大化する方向に確率的 (stochastic) に動作する．したがって， “よりよい” 状態としてよりおおくの制約がみたされた状態をとれば制約充足問題をとくことができるし，より最適化された状態をとれば最適化問題をとくことができる．

システムを動作させるにはなにが局所的にみてよりよいかがわかっていさえすればよいから，大域的

[注2] CCM は不完全な情報や計画にもとづく計算のためのモデルなので，完全な計画を意味するプログラムということばのかわりにキャスタということばを使用する．

[注3] CCM においては，化学反応系のように (物理的な意味での) 距離の概念が導入されていないから，局所的ということばは距離がちかいということを意味しない．

にみてなにが最適であるかがわかっていなくても，なにがしかの解をもとめることができる．ただし，古典的な制約充足問題や最適化問題のばあいに，この方法ですべての制約をみたすことができるかどうか，あるいは大域最適解に到達できるかどうか，またそれらの状態で停止するかどうかは，ただちには結論づけることができない．なぜなら，局所最大点のようなものにとらわれる可能性もあるし，有限時間で解がもとめられる保証もないからである．

この章では制約充足問題と最適化問題の例をひとつずつあげるが，この節ではまず前者の例として，金田 [Kan 93c] もとりあげているグラフの頂点の彩色問題をとりあげる．

この問題は，グラフの頂点をあらかじめきめられた数の色にぬりわける問題である (以後，かんたんにするために色数は 4 色に固定する)．グラフの隣接頂点は同色にならないようにぬる．平面グラフのばあいは，グラフの頂点を地図の領域に対応させグラフの辺を地図の領域境界と対応させることによって，地図の彩色問題と対応づけることができる．すなわち，おなじキャスタで地図の彩色問題をとくことができる．たとえば，**図** 2 にしめす 5 頂点からなるグラフを彩色する問題は，同図にしめした 5 領域の地図の彩色問題と等価である．なお，頂点内にしるされた C1, C2, C3, C4 は色をあらわしている．

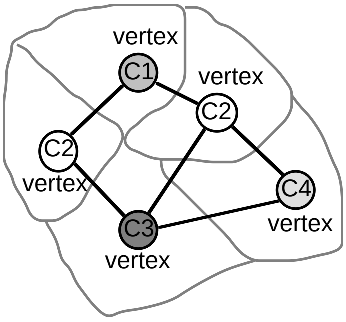

図 2　**グラフ彩色問題の例**

つぎに，グラフ彩色問題をとくための反応規則と局所秩序度をしめす．反応規則はただひとつあればよいが，その定義を視覚言語のかたちで**図** 3 にしめす．この規則は，隣接する (リンクで結合された) ひとくみの 2 頂点をあらわす原子を (ランダムに) 選択して，そのうちの一方の頂点の色を 4 色のなかから選択してランダムにぬりかえる規則である[注4]．この反応規則のより詳細な意味については金田 [Kan 93c] が説明しているので，ここでは説明を省略する．

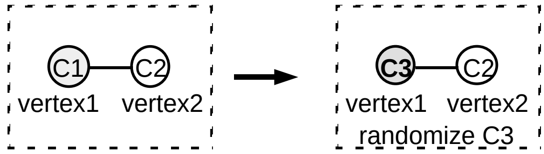

図 3　**グラフ彩色問題のための反応規則の例**

つぎに局所秩序度の定義をしめす．2 個の頂点 x, y のあいだの局所秩序度をつぎのように定義する．

$$o_W(x, y) = \begin{cases} 1 & \textbf{if } x.neighbor = y \textbf{ and } x.color \neq y.color \\ 0 & \textbf{otherwise} \end{cases}$$

この定義は，頂点 y が x の隣接点であってかつ両者の色がひとしくなければ局所秩序度は 1，そうでなければ 0 という意味である．すなわち一般的な表現をすれば，2 個のオブジェクト間の局所秩序度は，その間の制約がみたされていれば 1，みたされていなければ 0 と定義する．他の制約充足問題についても，すべての制約が 2 個のオブジェクトの関係として表現できれば，このような方法で問題を表現することができる [Kan 93b].

このような反応規則と局所秩序度とをつかうことによってやさしいグラフ彩色問題をとくことができる [Kan 93c]．**図** 4 は上記の方法を米国本土の地図のぬりわけに適用したときの大域秩序度の変化をしらべた例である [Kan 93c]．このばあい，大域秩序度はみたされている制約数にひとしい．制約の総数は 106 であり，248 回の反応で解に到達している．10 回の測定の平均をとると，反応回数は 940 回だった．

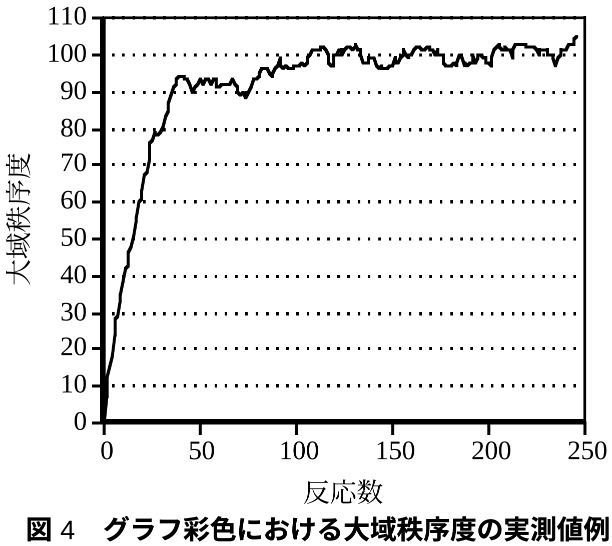

図 4　**グラフ彩色における大域秩序度の実測値例**

2.3 CCM によるくみあわせ最適化

この章では，最適化問題の例として金田 [Kan 93d] もとりあげている 0–1 整数計画問題をとりあげる．

整数計画問題は，線形計画問題における変数値を

[注4] 反応規則の右辺にあらわれる randomize C3 という表現が，反応規則の両辺にあらわれる頂点 vertex1 のあたらしい色の選択をランダムにおこなうことをあらわしている．

整数に制限した問題である．線形計画問題をとくには実用上効率のよいシンプレックス法や多項式時間で解がもとめられる Karmarker 法などをつかうことができる．ところが，整数計画問題は NP 困難な問題であるから，分枝限定法 のためのよいヒューリスティックがしられているものの，線形計画問題に比較すると，とける問題の規模がかぎられている [Iba 93]．ここでさらに変数値を 0 または 1 に制限したつぎのような問題を 0–1 整数計画問題という：

目的関数 $z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ を制約条件 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ のもとで最大化する (x_j は変数，$x_j \in \{0, 1\}$，a_{ij}, b_i, c_j は定数).

つぎに，CCM にもとづく 0–1 整数計画問題の解法をしめす．以下，かんたんのため上記の 0–1 整数計画問題のなかでも制約条件数 m が 1 のとき，つまりつぎのような Knapsack 問題についてかんがえる．

目的関数： $F = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \ldots + c_n X_n$
制約条件： $C = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots + a_n X_n \le B$

この問題を，基本的にはつぎのようにしてとく．n 個の変数のうちの 1 個をランダムに選択し，その値を変更することによって目的関数値が改善されるときにかぎって変更するという操作を反復する．以下，この方法を実現するための作業記憶の内容と反応規則，局所秩序度について順に説明する．

作業記憶には，**図** 5 にしめすように 1 個の sum 型のデータ Sum と n 個の var 型のデータ Var j ($j = 1, 2, \ldots, n$) をおく．Sum は要素として目的関数値 F，制約条件式左辺の値 C，その右辺の値すなわち最大値 B をもつ．またデータ Var j は変数に関する情報をもつが，その要素として変数値 X_j，目的関数における係数 c_j，制約条件における係数 a_j をもつ．

もっとも単純な反応規則を**図** 6 にしめす．ここでは，それぞれの型のデータが 1 個ずつあたえられている．この反応規則の意味は，選択された変数 Var の値 X を 1 – X に変更し (すなわち 0 ならば 1，1 ならば 0 にし)，それにしたがって目的関数値および制約条件の左辺の値を更新するということである[注5].

このキャスタでは，局所秩序度は sum 型のデータについてだけ定義される．sum 型のデータ *Sum* に関する局所秩序度 $o(Y)$ はつぎのように定義する．

$$o(Sum) = \begin{cases} -Sum.fval & \textbf{if } Sum.cval \le Sum.cmax \\ \infty & \textbf{if } Sum.cval > Sum.cmax \end{cases}$$

ここで *Sum.cval* と *Sum.cmax* はそれぞれ図 5 の C と B に相当する．なお，var 型のデータに対しては局所秩序度は定義しない (その値はつねに 0 とする).

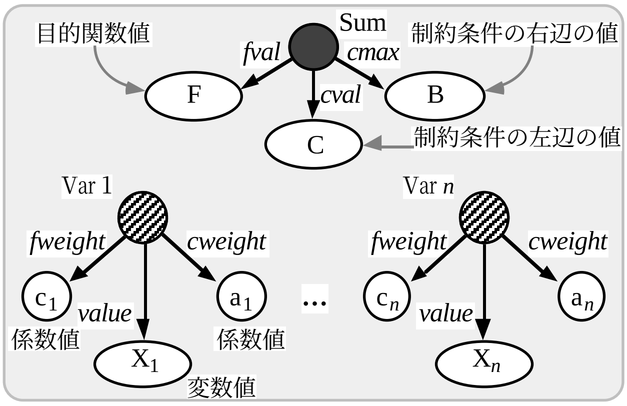

図 5　Knapsack **問題のための作業記憶の内容**

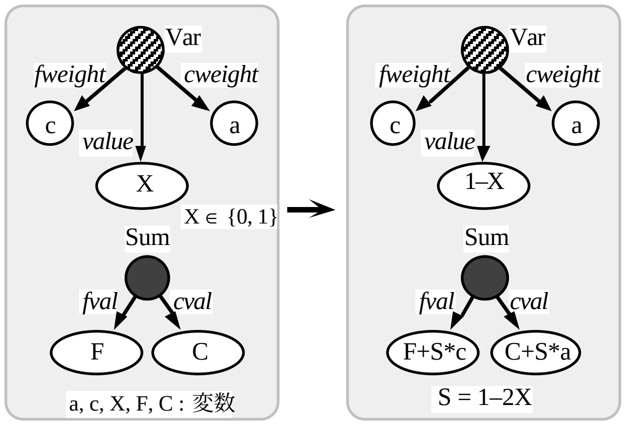

図 6　Knapsack **問題のための反応規則**

上記のキャスタを動作させると，反応によって大域秩序度が増加するとき，つまり目的関数がよりおおきな値をとるときだけ反応がおこる．したがって，このキャスタは単純なやまのぼり法 (ただし，最急上昇とはかぎらない) を実現していることになる．このように，上記のキャスタにおいては少数のデータだけを参照して，すなわち局所的に計算しているにもかかわらず，計算過程はやまのぼり法にちかくなってしまう．この点は制約充足問題のばあいとはことなる．金田 [Kan 92b] はこのようなキャスタを**協調型**，やまのぼりにならない制約充足問題のキャスタを**競合型**とよんでいる．

$n \ge 1$ の一般の 0–1 整数計画問題のための反応規則も，Knapsack 問題のばあいと同様に記述することができる．たとえば，作業記憶において各変数や目的関数値をあらわすデータが全制約式の係数や値をリストのかたちで保持することによって実現できる．

2.4 CCM **による解法の問題点**

この節ではグラフ彩色問題および 0–1 整数計画問題について，CCM による解法の問題点についてか

[注5] データ Sum がもつ値 B は陽に使用しないため，この反応規則においては記述していない．

んがえる．以下の問題点はこれらの問題に特有なものではなく，他の制約充足問題や最適化問題の解法にも存在しうる [Kan 94, Kan 93a]．

まずグラフ彩色問題については，図3にしめした単純な反応規則をつかうかぎりは計算にむだがおおく，解がもとめられるまでに時間がかかりすぎるという問題点がある[注6]．たとえば2.2節でのべたように48州からなる米国本土の地図のぬりわけにかかった平均反応回数は940回だった．ところが，1回の反応でひとつの州がぬれることをかんがえると，州あたり19.6回の反応回数はすくなくない．

この問題点を解決するために**触媒**というパタンを反応規則にくわえる方法がある [Kan 93c, Kan 94]．しかし，触媒をくわえた規則をあらかじめユーザがあたえる方法は反応規則を複雑化させ，非常に単純な反応規則と局所秩序度とだけをあたえるだけで問題をとくことができるというCCMの特徴を多少そこなっているという問題点がある．もとの反応規則をあたえるだけでより高速に問題がとけることがのぞましい．また，触媒をくわえると問題がとけないばあいが生じるという問題点もある．たとえば，グラフ彩色問題のばあいには，触媒を1個以上くわえた反応規則をつかうと孤立した頂点 (辺がつながっていない頂点) をぬりわけることができない．

つぎに0–1整数計画問題については，図6にしめした単純な反応規則をつかうかぎりは局所最大点におちいりやすく，最適解はもちろん，最適にちかい解がもとめられないという問題点がある[注7]．このばあいも，より複雑な反応規則をあたえることによってより最適にちかい解がもとまるようになるが，それでは上記のCCMの特徴をそこなうことになる．

この節でのべたことをより一般的に表現するなら，競合型システムは計算にむだがおおく時間がかかるという問題点があるのに対し，協調型システムは局所最大点におちいりやすいという問題点があるということができる．

3. CCMの拡張とそれによるくみあわせ問題の解決

この章では，上記の問題を解決するためにCCMにとりいれるべき2つの手法について，順に説明する[注8]．

3.1 シミュレーテッド・アニーリングの導入

上記の問題のうち，とくに局所最大点をのがれるための方法としてシミュレーテッド・アニーリング (以下SAとしるす) がある．第2章で説明したこれまでのCCMにおいては，局所秩序度が減少するときには反応させなかった．しかし，このときも適当な確率で反応させるようにする．すなわち，反応における局所秩序度の和の増分と反応確率との関係を，ボルツマンマシンにならって，**図**7に例示したSigmoid関数 ($f(x) = 1 / (1 + e^{-x/T})$) とする．そして，システムの動作中に適当なスケジューリングにしたがって温度を0にちかづけていく．この方法においてつねに温度Tを0にすれば，これまでのCCMにもとづく方法とほぼひとしくなる[注9]．

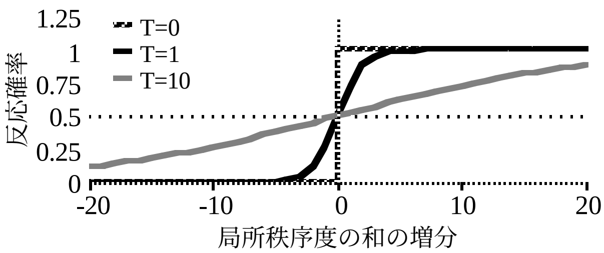

図7　局所秩序度の和の増分と反応確率との関係

SAは最適解をもとめるための有力な方法である．しかし，上記のばあいはもとの方法が非常に近視眼的であるから，局所最大点におちいったときに，そこからはなれた点がSAによって探索される確率は非常にちいさい．したがって，最適解をもとめることができるとしても膨大な時間がかかり，この方法だけでは満足すべき結果はえられないと予測される．

3.2 記号的ランダム・トンネリングの導入

局所最大点をのがれるための第2の方法は記号的ランダム・トンネリング (SRT) とよぶべき方法である．後述するように，ほぼおなじ方法が制約充足における問題点を解決するためにもつかえる．

まず，最適化問題のばあいのこの方法の概略を説明する．この方法では反応規則を連続して適用するのと等価な作用をする反応規則を動的につくる．反

[注6] この解法には，むだな計算で時間をつかうかわりに局所最大点におちいりにくいという，シミュレーテッド・アニーリングにちかい特徴がある．

[注7] 具体例については第4章を参照されたい．

[注8] 金田 [Kan 93d] はこれらの方法についてかんたんにのべている．ただし，ここで記号的ランダム・トンネリングとよんでいる方法を「反応規則の合成」とよんでいる．

[注9] ただし詳細にみると，インスタンス秩序度の増分がちょうど0であるときの確率が0.5になる (従来は確率1(または0)) という点で，これまでの方法とはことなっている．

応規則の合成をおこなっても反応結果はかわらない．しかし，合成規則をつかえばもとの反応規則の連続適用途中の状態での秩序度の値を計算しないため，**図** 8 に描写しているように，秩序度の谷 (正確には大域秩序度の谷) をこえることができる．

合成された反応規則はランダムに適用されかつ秩序度の谷をこえることができるが，SA のように秩序度が低下することはない．この点で，くみあわせ最適化において，ちょうど連続関数の最適化におけるトンネリング・アルゴリズム [Lev 85, Yao 89] の一種であるランダム・トンネリング [Shi 93] に相当する方法だとかんがえることができる．また，湯上ら [Yug 94] が制約充足問題の解決法として提案している階層型山登り法に非常にちかい．

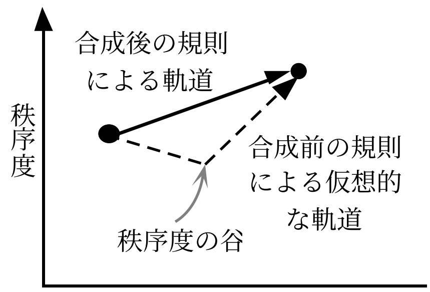

図 8　**記号的ランダム・トンネリングによる秩序度の谷ごえ**

以下，よりくわしい説明をする．前記の Knapsack 問題の反応規則を l 回合成するということは，$l+1$ 個の変数値を一度に変更することを意味する．例として $l = 1$ のばあいを**図** 9 に図示する．このばあい合成後の規則は 2 個の変数値を変更する．

実際には合成された反応規則を生成するわけではなく，もとの規則の解釈を動的に変更することによって実現しているので，そのばあいの規則の解釈実行の概略手順をしめす．

(1) **初期設定**: 合成回数の上限 M を乱数によってきめる (どのような乱数をつかうかは後述する)．反応がおこるまえの作業記憶の状態を S_0 とし，i の値を 1 とする．

(2) **反応可能性の検査**: 状態 S_{i-1} の作業記憶に対して反応規則を (ランダムに) 適用した結果の状態を S_i とする．状態 S_0 を状態 S_i にうつす反応の列 $a_1, a_2, \ldots, a_i$ において関与したデータに関する状態 S_0 における局所秩序度の総和を O_0，状態 S_i におけるそれを O_i とする．

(3) **反応**: $O_0 < O_i$ がなりたつときは反応 $a_1, a_2, \ldots, a_i$ を実際におこしてこの手順を終了する．

(4) **つぎの反応の準備**: $O_0 \geq O_i$ がなりたつときは i の値を 1 だけ増加させる．$i \leq M$ ならば (2) にもどる (つぎの状態をもとめる)．また，$i > M$ ならば (1) にもどる (S_0 からやりなおす)．

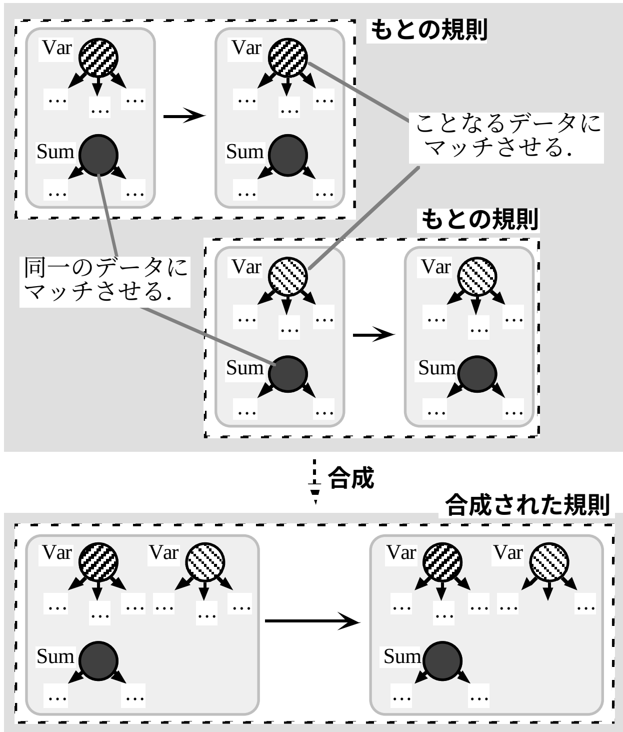

図 9　**反応規則の合成の例**

ただし，より正確には (2) において作業記憶の状態を S_i に更新し，(4) から (1) にもどるときには状態を S_0 にもどしている (すなわち，局所的にバックトラックしている)．

(1) において使用する乱数としてはさまざまなものがかんがえられるが，後述する実験においては，何回かの実験の結果として比較的良好だった**図** 10 のような分布のものをつかっている．この図からわかるように，これは比較的指数関数にちかい[注10]．しかし，真に指数分布にちかいものがよいか，そうだとしたらそれはなぜかという点は現在のところ不明である．合成回数の上限をきめる乱数に関して現在いえることは，つぎのとおりである．

❏ **探索効率について**: 乱数をつかわずに，合成回数の上限 M を一定値にすることもかんがえられる．しかしこの方法は効率がわるいことが (すくなくとも 0–1 整数計画問題のばあいには) 実験的にわかっている．これは，最適値にちかづいた状態では近傍を探索するほうが効率がよいからだとかんがえられる．

[注10] このような分布の乱数を直接生成しているわけではなく，一様乱数を添字として，あらかじめ設定した配列を使用することによって生成している．指数関数からはずれているひとつの理由もここにある．

❑ **最適解への到達可能性について**：ある状態の作業記憶から μ 回合成した反応規則によって最適解に到達できるが，μ 回未満の回数だけ合成した規則によってはそれに到達できないというばあいがある．このとき，合成回数が μ 回未満におさえられると最適解に到達することができない．したがって，μ の値があらかじめわからないばあいには，乱数の値には上限がないほうがよいといえる (0–1 整数計画のときは $\mu = n$ なので，上限は n でよい)．

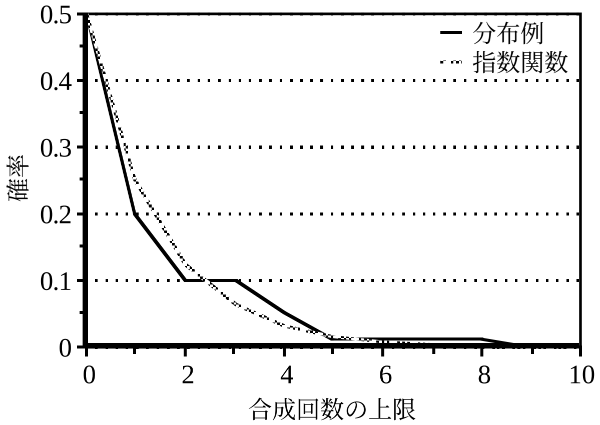

図 10　合成回数の上限の確率分布の例

以上は最適化問題における局所最大点からの脱出についてかんがえてきた．一方，制約充足問題における問題の解決のためにも，同様の方法をつかうことができる[注11]．ただしこのばあいには，前記の手順とはちがって乱数によってきめた回数の合成を一気におこない，途中の状態は参照しないようにする．これにより，計算をより協調的 (やまのぼり的) にする，つまり充足された制約の総数 (大域秩序度) が反応によって減少する確率をへらすことができる．その結果，計算効率を改善することができる．また，この方法では合成回数 0 での実行もおこなわれるため，とけない問題がでることはない[注12]．

4. 記号的ランダム・トンネリングによる実例

この章では，0–1 整数計画問題について，SRT をつかう方法の実測結果を改善前の CCM にもとづく方法，SA をつかう方法の結果と比較する[注13]．

測定にさきだって，n = 10, 20, 30, 40 のばあいについて，2.3 節における制約条件数 m を 10 で固定した各 50 題の問題をランダムにつくった．制約条件における係数 a_{ij} は 0 以上 10^5 未満に制限する．この制限は実験のしやすさのためであり，係数を任意の実数値にしても基本的におなじ解法がつかえる．また，目的関数における係数 c_j は j によらない値にした (n = 10 のとき 25000, n = 20 のとき 50000 など)．

ここでは，各問題を 5 〜 16 回 ((2) については 1 回だけ) といて，各 n についてすべての測定結果の平均値または頻度をしめす[注14]．反応回数の上限をきめる乱数としては，すでにのべたように図 10 のような分布のものをつかっている．

(1) **改善前の CCM にもとづく方法**：n = 10 のとき最適解がもとめられた確率 (頻度) は 0.012 であり，近似解と最適解との比の平均値は 0.62 だった．$n \geq 20$ のときはまったく最適解がもとめられなかった．

(2) SA **をつかう方法**：n = 10 では最適解が 0.42 の確率でもとめられた．このとき，温度スケジューリングは時間に関する (正確には反応規則左辺のマッチング回数に関する) 指数関数にしたがって温度を低下された．近似解と最適解との比の平均値は 0.95 だった．しかし $n \geq 20$ では温度を非常にゆっくり (ただし，やはり指数的に) 下降させてもまったく最適解はもとめられなかった．

(3) SRT **をつかう方法**：**図** 11 の各折れ線の左端の y 座標が 1 回の試行で最適解がもとまる確率である (8 〜 16 回の測定の平均値をしめした)．n = 10 では最適解が 0.97 の確率でもとめられた．また，実験したすべての n の値において 0.37 以上の頻度で最適解がもとめられた．近似解と最適解との比の平均値はいずれも 0.99 以上である．図 11 にはさらに 2 〜 16 回計算を反復して最良の解をとったときにそれが最適である確率と，その計算に必要な CPU 時間の総計とをしめした．すなわち，つぎのような測定の結果をしめした．実行のたびに乱数の値がことなるため，ことなる解がもとめられる．そのなかから最良の解をえらんだ．その結果，8 回の計算をおこなったばあいは 0.89 以上の確率で最適解がもとめられている．

(4) SRT **と** SA **の併用**：これらの方法を併用しても，前者だけをつかう方法と比較して最適解がもとまる確率に有意な差はみられなかった．

最後に比較のため，実用上もっともひろくつかわれている分枝限定法による解の計算時間をしめす．

注11 ただし，このばあいは記号的ランダム・トンネリングという名称をつかうのは適当でないといえるだろう．

注12 なお，金田 [Kan 93c, Kan 94] は一定回数の合成をおこなう方法 (第 2 の問題は解決できない) をしめしている．

注13 この章の内容は金田 [Kan 93d] における測定結果を充実させたものである．

注14 測定は Macintosh Quadra 700 の Macintosh Common Lisp 上の SOOC [Kan 93b] 処理系によっておこなった．また，比較のための最適解は分枝限定法によってもとめた．

全問題についての計算時間をもとめることはできなかったため，それぞれ最初の4題について1回ずつ計算時間を測定した結果を**表**1にしめす．一部の問題だけの測定であり，ハードウェア，ソフトウェアもCCM* による測定とはことなるため，この結果から十分な比較はできない．しかし，最適解がもとまる確率が0.9～0.99程度でよければSRTをつかう方法のほうが高速だといえるだろう．ただし，分枝限定法とはちがって，SRTではどれだけ計算を反復しても，もとめられた解が最適である保証はない．

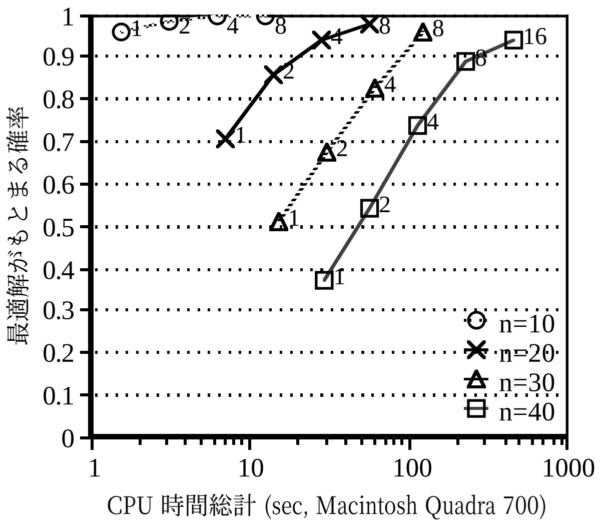

図11　記号的ランダム・トンネリングをつかう方法の実測結果

表1　分枝限定法による0–1整数計画問題の最初の4題の計算時間 (sec)[注15]

	問題1	**問題2**	**問題3**	**問題4**	**1～4の平均**
n = 10	12	15	12	15	14
n = 20	73	200	20	212	126
n = 30	172	108	630	460	343
n = 40	487	2081	780	705	1013

5. 結論

この報告では，記号的ランダム・トンネリング (SRT) という手法をとりいれた拡張された計算モデル CCM* にもとづくくみあわせ問題の解決法，とくに最適化法についてのべた．この方法で解をくりかえしもとめて最良のものを選択することにより，最適解がもとまる確率が0.9～0.99程度でよければ，ランダムに生成した0–1整数計画問題において平均的に分枝限定法よりみじかい時間で解がもとめられることがわかった．この実験ではユーザレベルでSRTを記述したが，3.2節でしめした手順を反応規則のコンパイラにくみこむのは容易であり，そうすれば非常に単純な反応規則と局所秩序度を記述するだけで高確率で最適解がもとめられるようになる．

しかしながら，他の問題においてはこのような単純な方法で最適解をもとめられるとはかぎらない．なぜなら，反応規則の合成法が多様になり，それぞれ性能がことなるからである．また，0–1整数計画法についても上限回数の分布と効率などとの関係はまだよくわかっていないので改善の余地がある．これらは今後の課題である．また，この報告ではSRTの制約充足問題への適用にもふれたが，その効果の測定はまだおこなっていない．さらに，この報告の冒頭でこの研究の目標が動的に変化する問題をとくことだとのべた．現在のわくぐみは動的な問題にも適用できるが，実際に適当な問題をえらんでためす必要がある．これらも今後の課題である．

[注15] Macintosh Quadra 840AV 上の Microsoft Excel によって計算した．「定式化」をふくんだ時間をしめす．

参考文献

[Iba 93]　茨木 俊秀：離散最適化法とアルゴリズム, *岩波講座 応用数学 [方法8]*, 岩波書店, 1993.

[Kan 92a]　金田　泰：コンピュータによる自己組織系のモデルをめざして, *第33回プログラミング・シンポジウム報告集*, 1992.

[Kan 92b]　金田　泰：自己組織系としての計算システム — ソフトウェア研究への2つの提案 —, *夏のプログラミング・シンポジウム報告集*, 1992.

[Kan 93a]　金田　泰：プロダクション規則と局所評価関数による最適化, *計測自動制御学会第11回システム工学部会研究会*, 1993.2.

[Kan 93b]　金田　泰, 廣川 真男：プロダクション規則と局所評価関数による制約充足問題の解法, *情報処理学会記号処理研究会*, 1993.3.

[Kan 93c]　金田　泰, 廣川 真男：プロダクション規則と局所評価関数にもとづく計算モデルCCMによる問題解決法の特徴, *SWoPP '93 (情報処理学会人工知能研究会)*, 1993.8.

[Kan 93d]　金田　泰：プロダクション規則と局所評価関数にもとづく計算モデルCCM — その拡張と0–1整数計画問題への適用 —, *情報処理学会第47回全国大会*, 1993.10.

[Kan 94]　Kanada, Y., and Hirokawa, M.: Stochastic Problem Solving by Local Computation based on Self-organization Paradigm, *27th Hawaii International Conference on System Sciences*, 1994.

[Lev 85]　Levy, A. V., and Montalvo, A.: The Tunneling Algorithm for the Global Minimization of Functions, *SIAM J. Sci. Stat. Comput*., 6:1, 15–29, 1985.

[Shi 93]　島 孝司：徐冷型ランダム・トンネリン

グ・アルゴリズムによる大域最適化, *計測自動制御学会論文集*, 29:11, 1342–1351, 1993.

[Yao 89] Yao, Y.: Dynamic Tunneling Algorithm for Global Optimization, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 19:5, 1222–1230, 1989.

[Yug 94] 湯上 伸弘, 太田 唯子, 原 裕貴 : 階層型山登り法 : 制約充足問題の高速な解法, *情報処理学会第48回全国大会*, 3N–3, pp. 3-5–6.